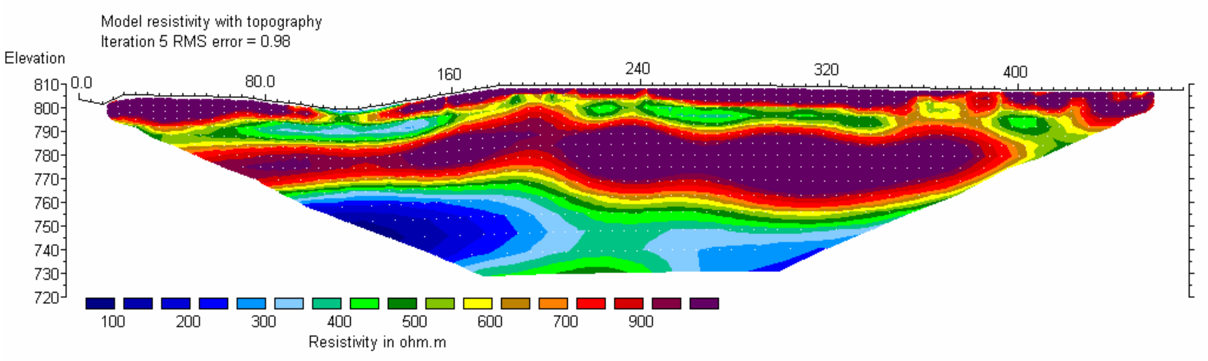
IMAGERIE ELECTRIQUE POUR GEOLOGUES

acquisition, traitement, interprétation



Dr. Laurent Marescot

www.tomoquest.com

Version 2008a

Imagerie Electrique Pour Géologues

Laurent Marescot
laurent@tomoquest.com

Avertissement

Ce cours suppose que le lecteur possède déjà des connaissances en prospection électrique par courant continu (application des méthodes de traîner et sondage électriques, domaines d'utilisation de la méthode). Pour une révision efficace de ces notions, le lecteur peut se rendre sur le site Internet suivant :

http://www-ig.unil.ch/cours/

Ce support de cours a été rédigé il y a quelques années à l'intention des étudiants en géologie de l'Université de Lausanne. Il s'adressant principalement aux géologues praticiens, les notions mathématiques ont été simplifiée autant que faire se peut et les phénomènes physiques ont été présentés de manière essentiellement qualitative. Pour approfondir ces notions, de nombreux livres d'analyse numérique et manuels de géophysiques sont disponibles. La bibliographie est donnée à la fin de ces notes, sans référence dans le texte. Cette bibliographie n'est pas exhaustive et donne la préférence aux monographies.

0.1 Rappel sur la théorie électrique

0.1.1 Le champ de potentiel et la résistivité apparente

Le but des méthodes électriques est de déterminer la distribution de la résistivité dans le sous-sol. La résistivité est la capacité d'un milieu à s'opposer au passage d'un courant électrique. Cette résistivité électrique dépend de différents facteurs tels que la teneur en fluide, la saturation, la porosité ou encore la température. La résistivité des roches est donc une propriété physique variant dans de grandes proportions ce qui constitue un atout majeur des méthodes électriques.

D'un point de vu physique, les équations de Maxwell se simplifient lors de la formulation des lois régissant la circulation du courant continu dans le sous-sol. En effet, les dérivées par rapport au temps disparaissent.

La divergence de la densité de courant est nulle partout sauf à la source

$$\Delta \cdot j = 0$$

De plus, par la définition du champ électrique E

$$E = -\nabla V$$

On y ajoute la loi d'Ohm qui vaut, dans un milieu continu

$$E = \rho j$$

E est le champ électrique en V/m, j est la densité de courant en A/m^2 et ρ est la résistivité en ohm.m, V est le champ de potentiel en V.

On obtient alors l'équation de Laplace

$$\Delta \cdot j = \frac{1}{\rho} \Delta \cdot E = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 V = 0$$

Cette équation s'exprime de la manière suivante en coordonnées cylindriques

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \psi^2} = 0$$

Comme pour une seule source de courant le flux de courant est symétrique respectivement aux directions ψ et θ, cette équation se simplifie en

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0$$

On peut alors intégrer cette équation

$$r^2 \frac{\partial V}{\partial r} = C$$

$$V = -\frac{C}{r} + D$$

Comme le potentiel tend vers 0 lorsque r tend vers l'infini, la constante D doit être nulle. Pour évaluer la constante C, on exprime le courant total I :

$$I = \int_S j \cdot ds = \int_s \frac{E}{\rho} ds = \int_s \frac{C}{\rho r^2} ds = -\frac{2\pi C}{\rho}$$

Comme le flux de courant est symétrique, la densité de courant doit être uniforme au travers d'une surface hémisphérique de rayon r autour de la source. I est donc l'intégrale de la densité de courant sur cette surface (Figure 0.0).

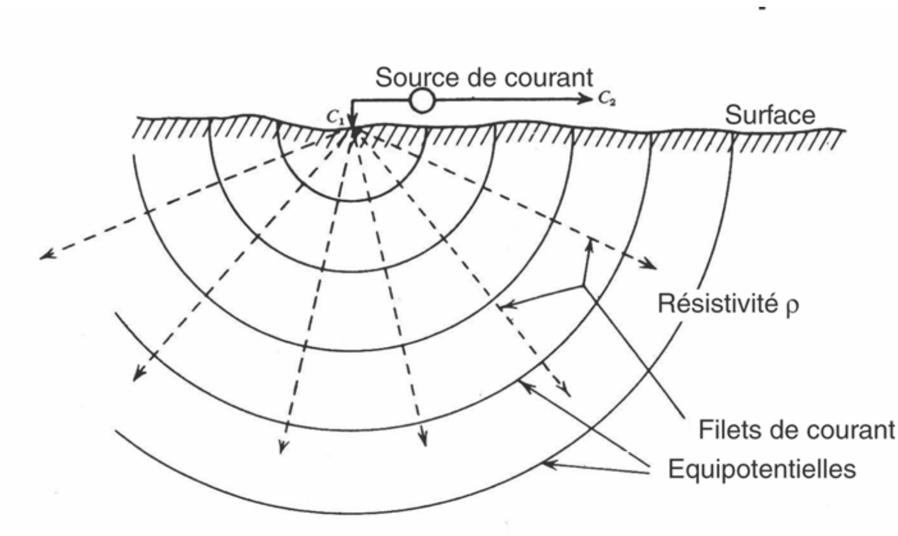


Figure 0.0
Electrode de courant à la surface d'un sol homogène.

$$I = -\frac{2\pi C}{\rho}$$

L'expression du potentiel devient alors

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r}$$

Dans la pratique, on injecte dans le sol, au moyen d'électrodes, un courant continu dont on mesure l'intensité et on étudie la répartition du potentiel dans l'espace environnant. De cette répartition du potentiel, il est alors possible d'en déduire une répartition de la résistivité dans le sous-sol. Dans le cas d'un milieu homogène et isotrope, cette résistivité correspond à la résistivité vraie, ce qui n'est pas le cas pour des milieux hétérogènes. On fait appel, dans le cas d'un milieu hétérogène, au concept de résistivité apparente :

La résistivité apparente est le rapport du potentiel mesuré sur le terrain à celui calculé théoriquement dans les mêmes conditions (même géométrie des électrodes, même intensité de courant injectée) sur un terrain homogène de résistivité 1.

L'équation ci-dessus donne la distribution du potentiel dans le sous-sol dû à une source ponctuelle en surface. Un grand nombre de techniques ont été développées dans le but de résoudre cette équation c'est à dire déterminer le potentiel qui sera observé sur une structure donnée du sous-sol. Ces techniques constituent le problème direct.

A partir des valeurs de potentiel, il est alors possible de définir une résistivité apparente du sous-sol. La résolution du problème inverse permettra, comme nous le verrons plus tard, de déterminer la répartition des résistivités calculées dans le sous-sol. Ces résistivités calculées sont proches des résistivités vraies.

Avec plusieurs sources de courant (n sources), le potentiel au point M vaut alors

$$V_M = \frac{\rho}{2\pi}\left[\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} + \frac{I_3}{r_3} + \cdots + \frac{I_n}{r_n}\right]$$

0.1.2 le calcul du champ de potentiel

Comme nous le verrons plus loin, le calcul du champ de potentiel est une étape indispensable lors de l'inversion de données de tomographie électrique. Pour des structures simples (faille verticale, sphère infiniment conductrice dans un milieu homogène par exemple), il existe des solutions analytiques permettant d'évaluer le champ de potentiel dans l'espace environnant.

Dans le cas de structures plus complexes, il est indispensable d'utiliser des méthodes numériques afin d'évaluer ce champ. Les méthodes des différences finies ou des éléments finis sont couramment utilisées dans ce but. Le terrain est alors divisé en une série de cellules de résistivités homogènes (Figure 0.1). La valeur du champ de potentiel est évaluée en chaque sommet des cellules (appelés les nœuds du maillage). En connaissant la géométrie du dispositif utilisé, il est alors possible de calculer la résistivité apparente.

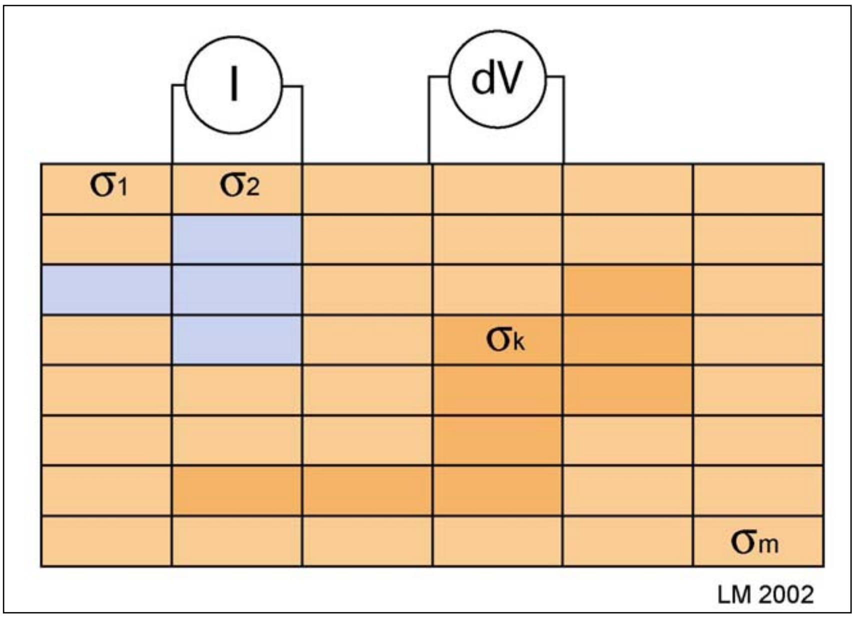


Figure 0.1
Maillage pour le calcul numérique du champ de potentiel.

0.1.3 Introduction à la méthode des différences finies

Nous explicitons brièvement ici la méthode des différences finies. Ce paragraphe n'est qu'une description de la démarche. Pour une compréhension plus approfondie, le lecteur se réfèrera à la bibliographie et à la littérature spécialisée. Ces quelques explications simples sont toutefois amplement suffisantes pour comprendre les bases de la méthode.

On commence par exprimer les dérivées aux ordres 1, 2, .., n d'une fonction g comme la somme et/ou la différence de termes de cette fonction en des points échantillonnés selon un maillage prédéterminé. L'expression de la dérivée de la fonction g(x), qui représente notre problème direct, est un développement en série de Taylor au premier ordre de cette fonction.

Soit :

$$g(x+\Delta x)=g(x)+\sum_{n=1}^{\infty}(\Delta x)^n\,\frac{\partial^n g(x)}{\partial x^n}$$

$$\frac{d\ g(x)}{d(x)}\approx\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}$$ pour une « différence finie avancée »

et soit :

$$g(x-\Delta x)=g(x)+\sum_{n=1}^{\infty}(-\Delta x)^n\,\frac{\partial^n g(x)}{\partial x^n}$$

$$\frac{d\ g(x)}{d(x)}\approx\frac{g(x)-g(x-\Delta x)}{\Delta x}$$ pour une « différence finie retardée »

En faisant la moyenne des deux équations, on obtient une équation centrée dont l'erreur tronquée est inférieure à celle des deux équations précédentes.

$$\frac{d\ g(x)}{d(x)}\approx\frac{g(x+\Delta x)-g(x-\Delta x)}{2\Delta x}$$ pour une « différence finie centrée »

Lorsqu'il y a une source, l'équation de Laplace décrite précédemment devient une équation de Poisson :

$$\nabla\cdot\sigma(\nabla V)=I\delta(r-r_s)$$

avec I l'intensité du courant, σ la conductivité du terrain, r_s la position de la source, r la position d'un point quelconque de l'espace et δ la fonction de Dirac. ∇ est l'opérateur nabla.

On va chercher à résoudre cette équation et donc calculer le potentiel V en tout point de l'espace. Pour une modélisation en 3D par exemple, on divise l'espace en une grille 3D composée d'un ensemble de volumes élémentaires de résistivité constante. En différences finies, les nœuds vont être situés dans ces volumes élémentaires. Pour un volume élémentaire, on peut montrer, en appliquant le théorème d'Ostrogradsky, que pour le nœud situé en i,j,k :

$$\iiint_{\delta v_{i,j,k}}\nabla\cdot(\sigma\nabla V)\,dv_{i,j,k}=\iint_{s_{i,j,k}}\sigma\,\frac{\partial V}{\partial n}\,ds_{i,j,k}$$

et donc que l'équation de Poisson peut être écrite

$$\iint_{s_{i,j,k}} \sigma \frac{\partial V}{\partial n}\, ds_{i,j,k} = I(x_s, y_s, z_s)$$

avec n la normale à l'élément de surface considéré et où $s_{i,j,k}$ est la surface délimitant l'élément de volume $\delta v_{i,j,k}$.

Chaque cellule de la grille est un volume parallélépipédique dont la surface est constituée de six éléments. On utilise l'approximation des différences finies pour calculer la dérivée d'ordre 1 du potentiel, en tenant compte des conditions aux frontières (voir plus loin). On obtient, en considérant un des éléments de surface de l'une des cellules (notée par i,j,k) selon les axes x, y, z de la grille (Figure 0.2) :

$$\iint_{s_{i,j,k}} \sigma_{i,j,k} \frac{\partial V_{i,j,k}}{\partial n}\, ds_{i,j,k} = \frac{V_{i,j-1,k} - V_{i,j,k}}{\Delta y_{j-1}} \Big(\cdots$$

différence finie retardée au nœud i,j,k

$$\sigma_{i-1,j-1,k-1} \frac{\Delta z_{k-1} \Delta x_{i-1}}{4}$$

$$+ \sigma_{i,j-1,k-1} \frac{\Delta z_{k-1} \Delta x_{i}}{4}$$

$$+ \sigma_{i-1,j-1,k} \frac{\Delta z_{k} \Delta x_{i-1}}{4}$$

$$+ \sigma_{i,j-1,k} \frac{\Delta z_{k} \Delta x_{i}}{4} \Big) + \cdots$$

les quatre derniers termes constituent l'expression pour la face avant (plan xOz). Il faut rajouter les termes de toutes les autres faces (arrière du plan xOz, dessus et dessous du plan xOy, gauche et droite du plan yOz).

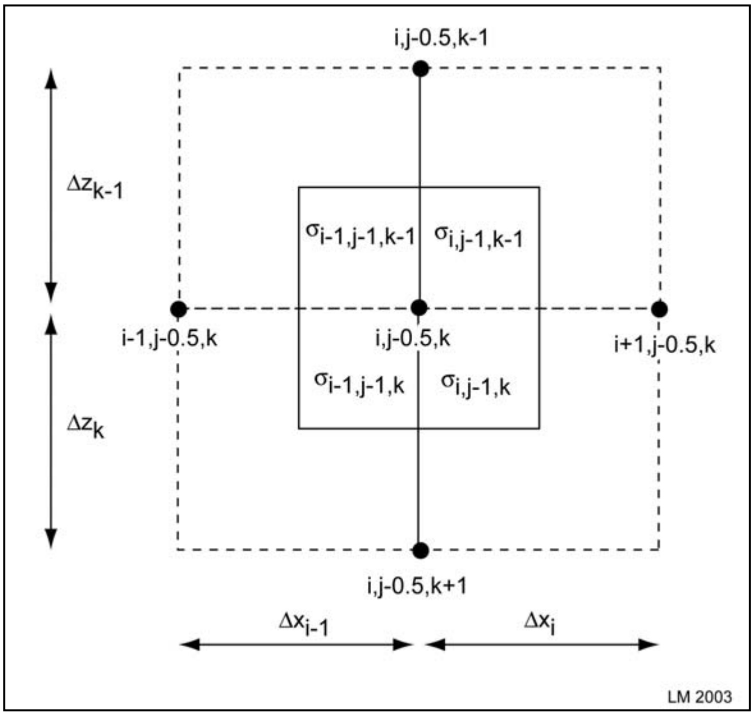


Figure 0.2
Face avant du plan xOz pour le nœud i,j,k

On fait de même pour tous les autres nœuds de la grille. Pour l'ensemble des nœuds, on obtient alors un système d'équations qui s'écrit sous forme matricielle :

C V = S

C est une matrice qui dépend de la taille et de la forme de la grille ainsi que de la conductivité des mailles de la grille, **V** est un vecteur contenant les valeurs (inconnues) des potentiels à chaque nœud de la grille, **S** un vecteur contenant les données concernant les sources d'injection. Ce système d'équation peut être résolu en utilisant une des méthodes numériques disponibles (directes ou itératives, voir bibliographie). On notera que la matrice **C** est creuse, ce qui peut influencer le choix de la méthode de résolution.

On notera pour terminer qu'il faut tenir compte des conditions aux limites dans l'approximation par différences finies (Figure 0.3) :

A l'interface air-sol (frontière Γ_N), on pose $\frac{\partial V}{\partial z} = 0$, ce qui revient à poser que $V_{i,j,0}=V_{i,j,2}$.

Les autres frontières (Γ_D) traduisent le fait que le potentiel est nul à l'infini. On peut donc construire un maillage suffisamment grand pour pouvoir poser que V=0 sur cette frontière. On notera que d'autres conditions plus élaborées peuvent être imposées pour de meilleurs résultats. Là encore, le lecteur est invité à consulter la littérature spécialisée.

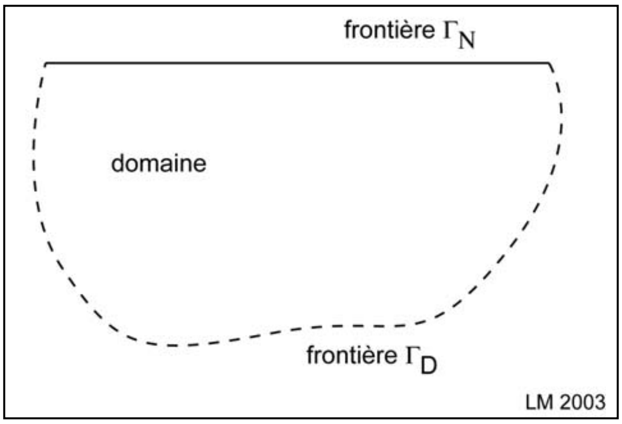


Figure 0.3
Les frontières du domaine

Pour des modèles de géométrie plus compliquée, par exemple lorsqu'une forte topographie est présente ou que la forme de la structure n'est pas plane, la méthode des différences finies ne s'applique plus très bien. On préfère dans ce cas utiliser la méthode des éléments finis, où la forme des mailles peut être très variée. Cette méthode exige toutefois des explications qui dépassent le cadre de ce cours. Un exemple d'application de cette méthode est donné dans l'Annexe 1.

1.1 La tomographie électrique en géophysique

Cette méthode est relativement récente et doit son principal développement aux progrès effectués en informatique et en traitement mathématique. Depuis trois ou quatre ans, la tomographie électrique tend à devenir l'outil indispensable de toute personne concernée par des problèmes d'environnement, d'hydrogéologie, de génie civil, de géologie, de recherche de matière première ou d'archéologie. Des applications se développent de plus actuellement dans le domaine de la recherche minière et pétrolière. Les principaux atouts de cette méthode sont son faible coût de mise en œuvre ainsi que la rapidité du traitement. Les chapitres de cette partie du cours sont donc destinés à donner à l'ingénieur géologue, au géologue géophysicien ainsi qu'au spécialiste de l'environnement de solides bases lui permettant d'utiliser cette méthode et d'interpréter les résultats obtenus de manière correcte.

1.2 Tomographie électrique 2D

1.2.1 Introduction

Une des limitations des sondages électriques vient du fait qu'ils ne prennent pas en compte les variations latérales de la résistivité du sous-sol. La méthode d'imagerie électrique 2D fut mise au point dans le but d'obtenir un modèle du sous-sol où la répartition de résistivité varie verticalement et horizontalement le long du profil. Dans ce cas, on suppose que la résistivité ne change pas dans la direction perpendiculaire au profil. Cette supposition est raisonnable pour beaucoup de corps géologiques allongés et dans ce cas la méthode pourra être appliquée. Il faudra alors tenter de placer les profils perpendiculairement au corps à étudier ce qui nous permettra également de déterminer les vraies dimensions de ce corps. En théorie, une étude 3D devrait être encore plus précise. Si, pour un sondage, on emploie quelques dizaines de points, il en faudra entre 100 et 1000 pour un profil 2D et plusieurs milliers pour une acquisition 3D. Cette évolution, bien qu’elle permette une amélioration considérable de notre connaissance du sous-sol, pose différents problèmes: le temps d’acquisition important, le coût du matériel toujours plus élevé et l’interprétation des données de plus en plus nombreuses. L'imagerie 2D semble donc être actuellement un bon compromis entre obtenir des données fiables tout en maintenant un coût d'acquisition et de traitement raisonnable.

1.2.2 Procédures d'acquisition 2D

Une acquisition 2D utilise en général un grand nombre d'électrodes connectées à un câble multi-conducteurs et placées selon un profil. Un ordinateur portable, dans lequel est programmée la séquence de mesures (ou un résistivimètre possédant un disque dur), est relié à une boite de commutation et sélectionne automatiquement les électrodes utilisées pour l'injection du courant et la mesure du potentiel (Figure 1.1). Chaque électrode possède en effet une adresse numérique unique dans le dispositif, ce qui lui permet d'être identifiée par l'ordinateur. La séquence de mesure est généralement créée sous forme de fichier texte dans lequel est contenu diverses informations tel que le type de dispositif utilisé. Les formats de ces fichiers dépendent du constructeur. Les câbles multi-conducteurs sont reliés à la boite de commutation. Un contact galvanique est assuré avec le sol au moyen de piquets métalliques (acier inoxydable) ou encore d'électrodes spéciales éliminant la polarisation spontanée. Un espacement constant est généralement utilisé d'une électrode à l'autre.

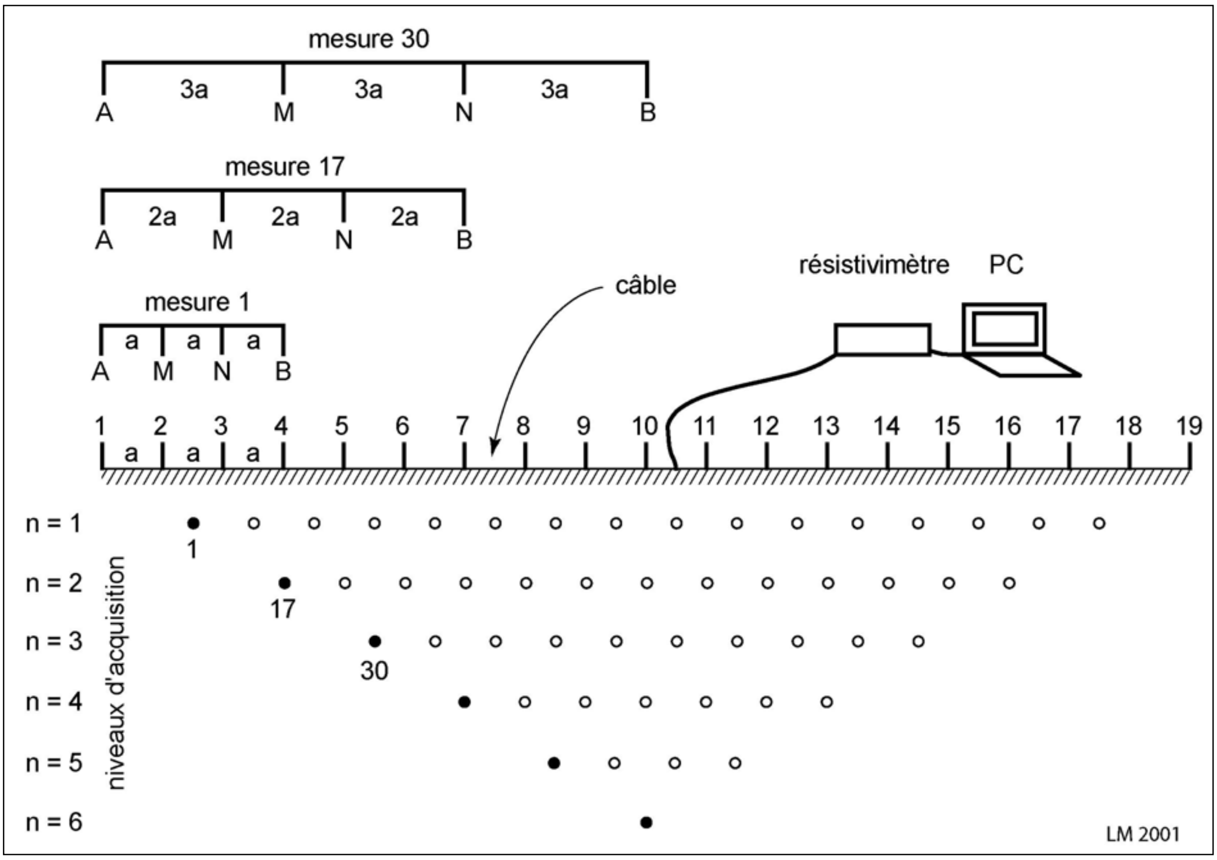


Figure 1.1
Arrangement des électrodes pour une acquisition 2D et séquence de mesure pour un dispositif Wenner.

Lorsqu'on lance l'acquisition, le programme sélectionne automatiquement les électrodes utilisées pour l'injection du courant et la mesure du potentiel. La mesure est ensuite stockée dans la mémoire de l'ordinateur (ou du résistivimètre). La plus grande partie du temps d'acquisition est donc passée à attendre que le résistivimètre effectue la séquence de mesure!

Pour obtenir une bonne image 2D du sous-sol, il est nécessaire que la couverture des mesures soit également 2D et uniforme. Prenons comme exemple un dispositif Wenner avec 19 électrodes. La distance entre deux électrodes est notée **a**. En dispositif Wenner (Figure 1.1) la première mesure du fichier d'acquisition va se faire à l'aide des électrodes 1,2,3 et 4; les électrodes 1 et 4 serviront à l'injection du courant (A et B), les 2 et 3 à la mesure du potentiel (M et N). Tout le dispositif va ensuite se déplacer d'une distance **a**. Les électrodes 2 et 5 serviront alors d'injection du courant et les 3 et 4 de mesure du potentiel. Le processus se répète jusqu'à l'électrode 19. On a donc, pour le premier niveau d'acquisition 16 possibilités (19-3).

Comme la caractéristique du dispositif Wenner est de garder une distance constante entre toutes les électrodes, on va donc, pour le niveau suivant, prendre une distance égale à **2*a**. La première mesure du 2ème niveau impliquera donc les électrodes 1 et 7 pour l'injection du courant et 3 et 5 pour la mesure du potentiel. Le processus se répète à nouveau jusqu'à l'électrode 19. Le second niveau comprendra alors 13 possibilités (19-2*3). On effectue ainsi les mesures de chaque niveau d'acquisition avec **3*a**, **4*a,** etc… (il en existe 6 pour 19 électrodes en Wenner). Il est évident que plus la distance inter-électrode augmente, plus le nombre de possibilités diminue. Le nombre de mesures va dépendre du type de dispositif utilisé. Pour avoir de bons résultats, il est obligatoire d'effectuer les mesures de manière systématique de façon à éviter les zones sans mesures. Le dispositif Wenner a le plus faible nombre de mesures comparativement aux autres dispositifs communément utilisés.

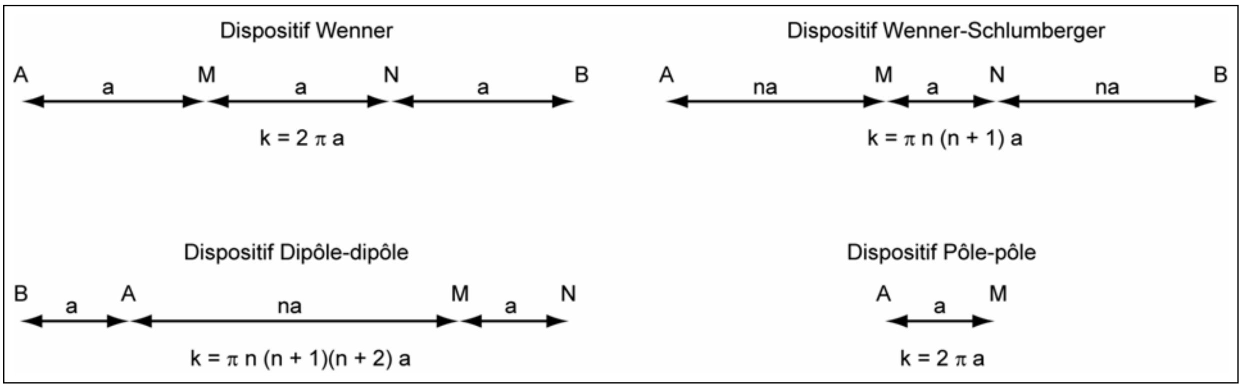


Figure 1.2
Dispositifs quadripôles courants. K est la facteur géométrique

Pour le Pôle-pôle, une procédure similaire au Wenner est utilisée. Pour un système avec 19 électrodes, 18 mesures sont d'abord effectuées avec une distance **1*a** entre A et M, puis **2*a** et ainsi de suite.

Pour un Dipôle-dipôle, un Wenner-Schlumberger ou un Pôle-dipôle, la séquence de mesure est légèrement différente (Figure 1.2 et Figure 1.4). Pour un Dipôle-dipôle par exemple, les mesures commencent habituellement avec une distance **1*a** entre les électrodes d'injection du courant (A et B) et de mesure de potentiel (M et N). La première séquence de mesure est alors effectuée en donnant une valeur de 1 pour le facteur **n** (qui est le rapport AM/MN) puis une valeur de 2 toute en maintenant la distance AB et MN fixe à **1*a**. Lorsque **n** vaut 2, la distance AM est donc le double de la distance AB (ou MN). Pour les mesures suivantes, la valeur de **n** est habituellement incrémentée jusqu'à 6. A partir de **n**=6, la valeur du potentiel mesurée n'est plus précise car trop faible. Pour accroître la profondeur d'investigation, on augmente la distance AB à **2*n** et une même séquence de mesure est effectuée de manière similaire. Si nécessaire, cette opération peut être encore répétée.

Pour le Wenner-Schlumberger et un Pôle-dipôle, différentes combinaisons de **a** et **n** sont utilisées. Il est donc bien claire que dans le cas d'un Wenner-Schlumberger, le type exacte du dispositif va donc être compris entre un Wenner au sens strict et un dispositif gradient (avec une distance MN suffisamment petite pour respecter les hypothèses mathématiques et suffisamment grande pour que la différence de potentiel puisse être mesurée).

Une des méthodes utilisées pour permettre d'étendre la zone explorée est la méthode du recouvrement. Après avoir effectué une séquence de mesures avec toutes les électrodes du câble, ce dernier est déplacé d'un certain nombre d'électrodes dans le sens du profil. Toutes les mesures qui impliquent des électrodes sur une partie du câble qui ne se superpose pas au profil originel sont répétées.

1.2.3 Le concept de "Garbage In - Garbage Out"

Pour avoir un modèle fiable, il est nécessaire d'avoir de bonnes données à la base. Il est donc important d'insister sur ce point. Le traitement effectué pendant l'inversion ne pourra certainement pas améliorer la qualité de vos données: si les données que vous utilisez sont mauvaises, le résultat sera lui-même médiocre. C'est le concept bien connu que les informaticiens nomment "Garbage In - Garbage Out". Il est donc nécessaire de soigner l'acquisition.

Les principaux problèmes d'acquisition sont les suivants:

- Une électrode défectueuse nous prive rapidement d'un nombre élevé de points. Il est donc nécessaire de s'assurer de la bonne marche du matériel. De même, l'impédance d'entrée du résistivimètre doit être suffisamment élevée (plusieurs MΩ).

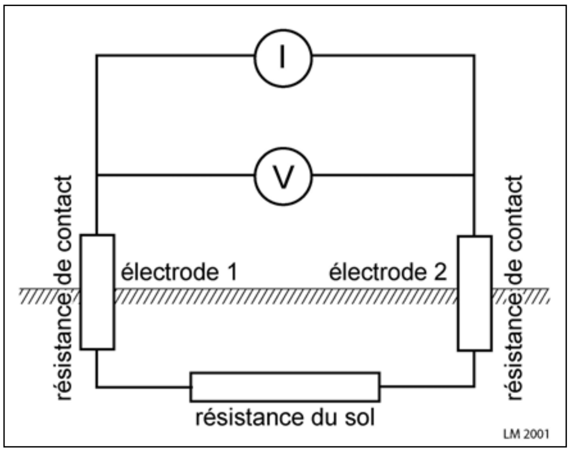


Figure 1.3
Schéma de mesure de la résistance de contact en tomographie électrique

- En zone fortement bruité, un courant maximum doit être injecté dans le sous-sol de façon à améliorer le rapport signal / bruit (surtout pour les dispositifs à faibles force du signal comme le Dipôle-dipôle). Pour ce faire, on augmentera le voltage à l'entrée et on mouillera le sol autour des électrodes. Le but est ici de diminuer la résistance de contacte. Cette dernière est généralement mesurée par le résistivimètre avant de lancer la séquence de mesures selon le circuit électronique schématisé à la Figure 1.3.

- Il est nécessaire de s'affranchir des conditions climatiques. Il n'est donc pas conseillé de combiner des données ayant été mesurées à plusieurs mois d'intervalle (variations des résistivités saisonnières).

- Il est déconseillé d'utiliser comme électrode de mesure du potentiel une électrode ayant servi à l'injection juste avant. Il se développe en effet dans ce type de situation un phénomène identique à la polarisation d'électrode en P.P. Il faudra alors prévoir une séquence d'acquisition qui laisse l'électrode d'injection inutilisée durant un certain laps de temps (env. 30 secondes) avant d'être employée comme M ou N.

- L'utilisateur tâchera de limiter la présence d'hétérogénéités aux alentours immédiats de l'électrode. Ces dernières peuvent parfois dégrader la qualité des mesures.

1.2.4 Représentation des tomographies en pseudosections

Les tomographies non inversées sont habituellement représentées sous la forme de pseudosections (coupes électriques du sous-sol en résistivités apparentes) à l'aide d'un logiciel permettant de dessiner les contours des valeurs de résistivité apparente. Les points de

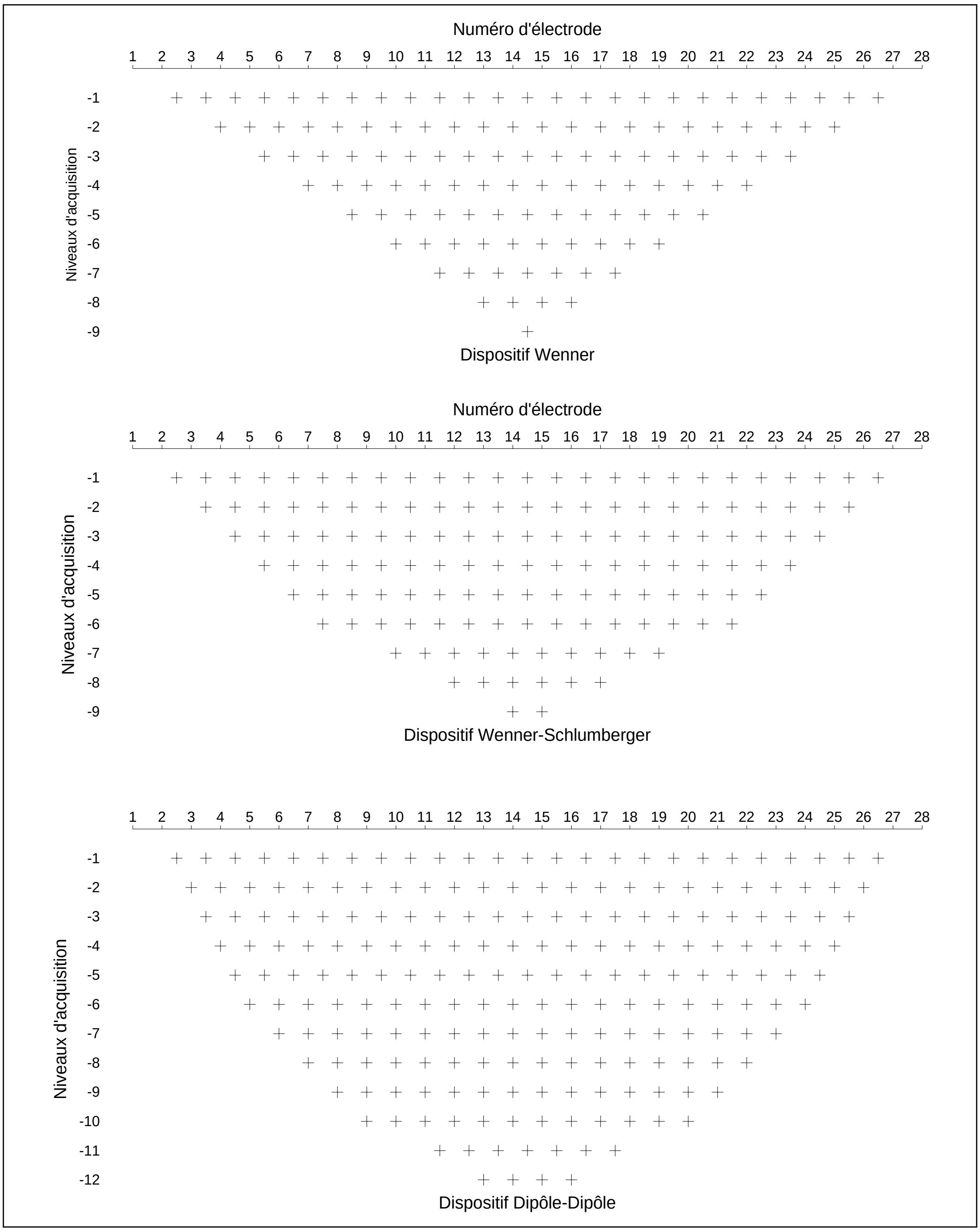


Figure 1.4
Représentation des électrodes et points de mesure pour des dispositifs Wenner, Wenner-Schlumberger et Dipôle-dipôle avec les différents niveaux d'acquisition.

mesure sont reportés à l'aplomb du centre du dispositif et à une pseudo-profondeur proportionnelle à la distance séparant les électrodes (Figure 1.1). La détermination de cette pseudo-profondeur donne cours à de nombreux débats.

En Dipôle-dipôle, une tradition héritée des méthodes de polarisation provoquée place les points à l'intersection des deux lignes partant des centres de AB et MN et faisant un angle de 45° avec l'horizontal. Cette représentation est trompeuse et ne veut absolument pas dire que la profondeur d'investigation est donnée par cette position ou encore que les lignes de courants font un angle de 45° avec la surface!

Une autre méthode de positionnement vertical des points est celle de la profondeur médiane d'investigation (Edwards 1977) du dispositif utilisé (voir plus loin).

Une pseudosection donne une image très approximative de la répartition des résistivités du sous-sol. En particulier, une pseudosection donne une image distordue du sous-sol car cette image dépend de la répartition des résistivités dans le sol mais également du dispositif utilisé (concept de résistivités apparentes). Une pseudosection est donc uniquement une manière commode de représenter les résistivités apparentes afin de tirer quelques hypothèses sur la distribution des résistivités vraies dans le sous-sol. Il est donc totalement faux d'utiliser une pseudosection comme une image finale de la résistivité vraie du sous-sol! Une des utilités de la pseudosection est la possibilité d'éliminer sur ces profils les mauvaises données de résistivité apparentes. Ces dernières se marquent par des points de résistivité apparente anormalement hautes ou basse par rapport à l'environnement.

Les Figures 1.4 et 1.5 présentent les pseudosections obtenues avec trois dispositifs différents sur un modèle constitué de deux corps identiques, infiniment longs perpendiculairement au dispositif et éloignés de quatre fois leur largeur. La Figure 1.5 permet de faire quelques commentaires intéressants. Les formes engendrées par un objet identique diffèrent fortement en fonction du dispositif employé. C'est la raison pour laquelle, il est quasiment impossible d'interpréter correctement une pseudosection (non inversée). Il est juste possible de faire quelques hypothèses sur la distribution des résistivités apparentes.

Le nombre de points de mesure et leur emplacement varient aussi avec les différents dispositifs. Ce phénomène se remarque bien en comparant l'acquisition effectuée en Wenner et celle en Dipôle-dipôle.

Les valeurs en résistivité apparente de l'anomalie sont très faibles, malgré la résistivité élevée des deux corps (800 ohm.m) et un environnement à 30 ohm.m. Les anomalies oscillent entre 2 ohm.m pour le dispositif Wenner et 4 ohm.m pour le dispositif Dipôle-dipôle au-dessus de la résistivité de l'environnement. Les tests en simulation (cuve) sur ce type de structure ont montré que, pour des corps de résistivité infinie placés dans de l'eau à environ 35 ohm.m, l'anomalie n'était que de 5 ohm.m au-dessus de la résistivité moyenne de l'eau en Wenner et de 15 ohm.m en Dipôle-dipôle. Le dispositif Wenner-Schlumberger avait des valeurs intermédiaires. Ces valeurs n'étant pas élevées, une faible variation (bruit de fond) peut influencer les mesures de manière significative.

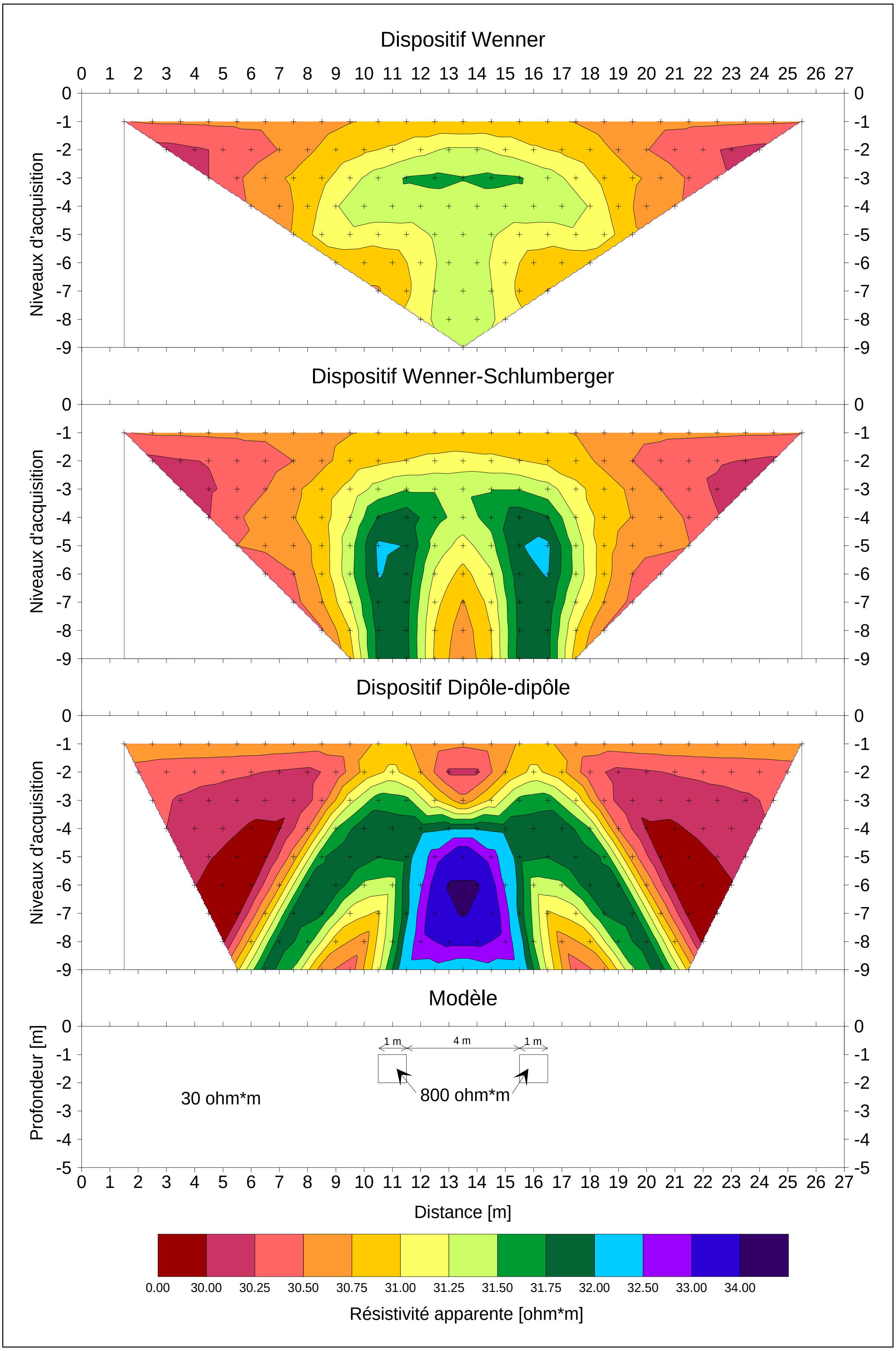


Figure 1.5
Valeurs calculées des résistivités apparentes provoquées par un modèle à l'aide de trois dispositifs.

1.2.5 Avantages et inconvénients des différents dispositifs

Un des principaux problèmes en résistivité est le choix du dispositif selon le type de structure à étudier, la sensibilité du résistivimètre et le bruit de fond (courants parasites, telluriques). En tomographie 2D de surface, les principaux dispositifs communément utilisés sont le Wenner, le Wenner-Schlumberger, le Dipôle-dipôle, le Pôle-dipôle et le Pôle-pôle. Parmi les caractéristiques qui doivent être considérées, on notera la sensibilité des dispositifs aux variations verticales et horizontales, la profondeur d'investigation, la couverture horizontale et la force du signal.

La Figure 1.6 (Roy & Apparao, 1971) représente les valeurs de la fonction de sensibilité pour différents dispositifs (Wenner, Wenner-Schlumberger et Dipôle-dipôle) et pour un terrain homogène. Cette fonction nous permet de savoir à quel point les variations de la résistivité dans une région influenceront la mesure de la différence de potentiel. Plus la valeur de cette fonction est élevée, comme c'est le cas à proximité des électrodes, plus elle influencera la mesure du potentiel. On constate immédiatement que les valeurs de cette fonction diffèrent selon les dispositifs. Ils vont donc chacun avoir leurs caractéristiques propres. Ceci est surtout valable à grande distance des électrodes. La différence de forme de cette fonction nous permettra de mieux apprécier la réponse des différents dispositifs aux différentes types de structures.

La contribution d'un élément de volume de terrain homogène à la différence de potentiel est donnée par Roy & Apparao (1971). Ils définissent la différence de potentiel due à un élément de volume placé en (x, y, z). ΔV est mesuré entre deux électrodes de potentiel à la surface d'un demi-espace homogène de résistivité ρ de la manière suivante :

$$\Delta V=\frac{\rho I}{4\pi^2}dz\left[\frac{x(x-a)+y^2+z^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}\left\{(x-a)^2+y^2+z^2\right\}^{3/2}}-\frac{(x-a)(x-a-b-c)+y^2+z^2}{\left\{(x-a)^2+y^2+z^2\right\}^{3/2}\left\{(x-a-b-c)^2+y^2+z^2\right\}^{3/2}}\right.$$
$$\left.-\frac{x(x-a-b)+y^2+z^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}\left\{(x-a-b)^2+y^2+z^2\right\}^{3/2}}+\frac{(x-a-b)(x-a-b-c)+y^2+z^2}{\left\{(x-a-b)^2+y^2+z^2\right\}^{3/2}\left\{(x-a-b-c)^2+y^2+z^2\right\}^{3/2}}\right]dxdy$$

Dans cette relation, la surface est représentée par le plan xy et la profondeur par z. L'électrode d'injection du courant +I [A] est à la position (0,0,0). La première électrode de potentiel est à la position (a,0,0) et la seconde à la position (a+b,0,0). L'autre électrode de courant –I [A] se trouve à la position (a+b+c,0,0).

Cette fonction permet de se rendre compte de l'influence d'un volume unitaire sur la mesure de la différence de potentiel. En l'intégrant en fonction de la profondeur, nous pouvons calculer les coefficients (Edwards 1977) qui nous permettront d'obtenir les profondeurs médianes d'investigation. La Figure 1.7 représente ces coefficients pour les cinq dispositifs les plus courants.

La profondeur médiane d'investigation peut être considérée comme étant la profondeur à laquelle la portion de terrain située au dessus de cette limite a la même influence que la portion de terrain située au dessous. Cette profondeur médiane n'a donc pas la signification de profondeur d'investigation (signal maximal). Il faut noter que ces profondeurs ne sont valables que dans le cas d'un milieu homogène. Il est évident que la forme de la fonction de sensibilité est différente pour un terrain hétérogène de par la répartition variable des densités de courant, particulièrement si il existe un fort contraste de résistivité vers la surface (couche très conductrice par exemple). Néanmoins, la notion de profondeur médiane d'investigation

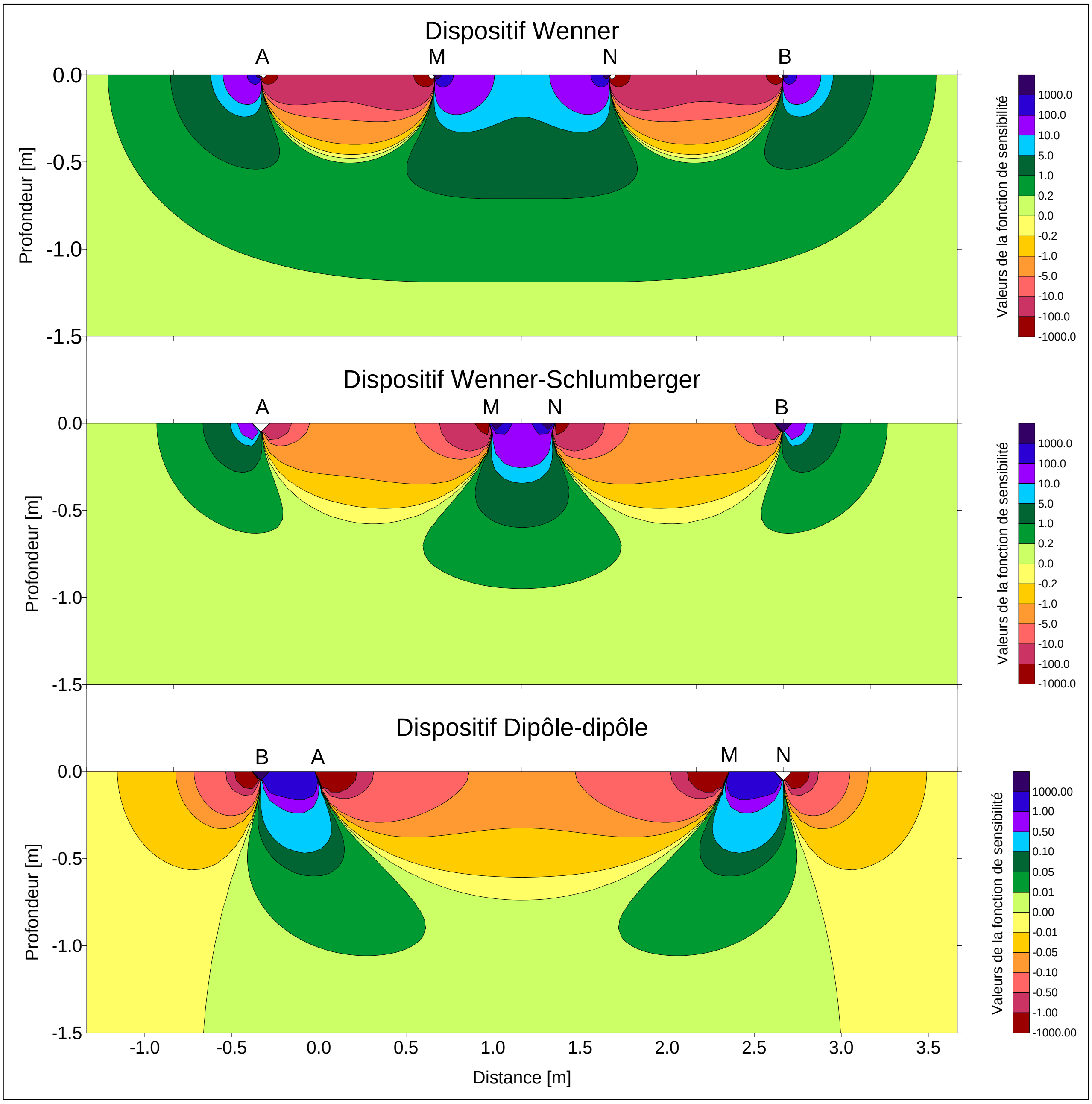


Figure 1.6
Fonction de sensibilité pour un dispositif Wenner, Wenner-Schlumberger et Dipôle-dipôle

semble pouvoir s'appliquer dans de nombreux cas. Dans la situation actuelle, elle peut être considérée comme la "moins mauvaise" des solutions. Toutefois, comme un point se projettera toujours à la même profondeur quelque soit le contraste de résistivité du sous-sol, le modèle obtenu devra être étalonné à l'aide d'un sondage électrique ou d'un forage.

La profondeur médiane d'investigation z_e qui nous intéresse dépend de **n** (Figure 1.7) et de **a** (l'inter-électrode) ou **L** (longueur totale du dispositif). En Wenner, on détermine la profondeur médiane d'investigation du dispositif (z_e) en multipliant la plus grande distance inter-électrode **a** ou la longueur maximale du dispositif **L**, avec le coefficient donné par la Figure 1.7. Toutes les distances entre les électrodes étant constantes, le facteur **n** n'intervient pas. En Wenner-Schlumberger et en Dipôle-dipôle, il est plus facile d'employer la valeur de **L** multipliée par ce coefficient. A titre d'exemple, pour un dispositif de longueur **L** = 9 m, la profondeur médiane d'investigation z_e est de 1,56 m pour le dispositif Wenner (**a** = 3), de 1,71 m pour le dispositif Wenner-Schlumberger (**a** = 1 et **n** = 4) et de 1,98 m pour le dispositif Dipôle-dipôle (**a** = 1 et **n** = 7).

Dispositif	n	z_e/a	z_e/L
Wenner alpha		0.519	0.173
Pôle-pôle		0.867	
Dipôle-dipôle	1	0.416	0.139
	2	0.697	0.174
	3	0.962	0.192
	4	1.220	0.203
	5	1.476	0.211
	6	1.730	0.216
	7	1.983	0.220
	8	2.236	0.224
Wenner-Schlumberger	1	0.520	0.173
	2	0.930	0.186
	3	1.320	0.189
	4	1.710	0.190
	5	2.090	0.190
	6	2.480	0.190
Pôle-dipôle	1	0.520	
	2	0.930	
	3	1.320	
	4	1.710	
	5	2.090	
	6	2.480	

Figure 1.7
Tableau des coefficients permettant de déterminer la profondeur médiane d'investigation (Z_e) pour les principaux dispositifs.

Le dispositif Wenner

En dispositif Wenner, on voit sur la Figure 1.6 que les contours des valeurs de la sensibilité sont quasiment horizontaux à l'aplomb du centre du dispositif. Par cette propriété, une acquisition en Wenner sera bien plus sensible aux changements verticaux qu'horizontaux de la résistivité. Ceci implique que le dispositif Wenner est recommandé pour détecter des structures horizontales (bonne résolution verticale), mais déconseillé pour des structures verticales (faible résolution horizontale). En comparant les données de la Figure 1.7, on remarque que ce dispositif a la plus faible profondeur médiane d'investigation (0.519 fois **a**). L'exemple du paragraphe précédent illustre également bien ce phénomène. La force du signal est inversement proportionnelle au facteur géométrique **k** (Figure 1.2). Le facteur **k** du dispositif Wenner est de loin le plus petit par rapport aux autres dispositifs conventionnels (**k** = 2πa). C'est pour cette raison que ce dernier possède le plus fort signal. Cette propriété peut devenir déterminante dans des terrains avec des bruits de fond élevés. Un des problèmes de ce dispositif est la faible densité de points. Ce phénomène est bien illustré par la Figure 1.4.

Le dispositif Dipôle-dipôle

Ce dispositif est très couramment utilisé en résistivité et polarisation provoquée car il permet d'obtenir un très faible couplage électromagnétique entre les circuits de courant et de potentiel (c'est un grand problème en "Spectral Induced Polarisation").

En regardant les contours de la fonction de sensibilité de la Figure 1.6, on constate que ce dispositif est très sensible à l'aplomb des deux dipôles et que les contours de cette fonction sont essentiellement verticaux. Ceci implique que ce dispositif est très sensible aux changements horizontaux de la résistivité et donc idéal pour détecter des structures verticales. La profondeur d'investigation dépend fortement des paramètres **a** et **n**. Pour des valeurs faibles de **n**, la profondeur d'investigation est inférieure à un dispositif Wenner, alors que pour des grandes valeurs de **n**, elle devient supérieure. Mais dans tous les cas, la densité de points est nettement supérieure à celle d'un dispositif Wenner. Malheureusement, ce dispositif possède un inconvénient majeur. Les électrodes de mesure du potentiel (MN) étant situées en dehors des électrodes de courant, la force du signal est très faible, spécialement pour des valeurs élevées de **n**. En effet, le voltage est inversement proportionnel au cube du facteur **n**. Il est possible de surmonter ce problème en augmentant la distance **a** entre les dipôles lorsque l'on désire augmenter la profondeur d'investigation. Ceci permet en effet d'accroître la force du signal. Prenons par exemple un dispositif avec **a**=1 et **n**=7 et présentant une valeur pour **k** de 1583. Un dispositif de même longueur avec **a**=3 et **n**=1 présentera un **k** de 56, soit une force du signal 28 fois plus grande!

Pour utiliser ce dispositif. Il faut donc de bonnes conditions d'acquisition (peu de bruit de fond), un circuit bien isolé du bruit, un résistivimètre très sensible et un très bon contact avec le sol.

On remarque sur la Figure 1.6 que le point où l'on représente la mesure (au centre du dispositif) ne correspond pas à une zone de forte sensibilité (cette dernière est située sous les dipôles). La distribution des points sur la pseudosection ne reflète donc pas la réalité représentée par les valeurs de la résistivité apparente. On remarquera à ce sujet qu'un point positionné selon la technique des droites à 45° décrite plus haut se situera dans une zone où la valeur de sensibilité est pratiquement nulle! Dans certains logiciels d'inversion les blocs sont construits selon l'arrangement obtenu par la méthode des profondeurs médianes d'investigation. Si cette méthode est valable avec des dispositifs tels que le Wenner ou le Wenner-Schlumberger, ce n'est plus le cas pour le Dipôle-dipôle où le point de mesure tombe dans une région de très faible sensibilité. Ces logiciels d'inversion devront donc tenir compte de ce phénomène et utiliser une méthode plus sophistiquée pour l'inversion.

Le dispositif Wenner-Schlumberger

Ce dispositif est un hybride entre le Wenner et le Schlumberger créé pour la tomographie électrique de surface.

La Figure 1.2 donne une représentation de l'arrangement des électrodes. Le coefficient **n** est simplement le rapport entre la distance MN (**a**) et la distance AM ou NB. Quand on regarde la forme des contours des valeurs de la sensibilité sous le centre du dispositif (Figure 1.6), on constate qu'ils ne sont ni horizontaux ni verticaux. Comparativement à un Wenner, la zone entre M et N est plus sensible alors que la zone entre A et M ou B et N est nettement moins sensible. Cette forme implique que ce dispositif est dans une moindre mesure sensible aux variations verticales et horizontales. C'est donc un bon compromis entre le dispositif Wenner (sensible aux structures horizontales) et le Dipôle-dipôle (sensible aux structures verticales). Ce dispositif a aussi une profondeur de pénétration d'environ 10% supérieure au Wenner. La force du signal est inférieure à ce dernier, mais supérieure au Dipôle-dipôle. La couverture horizontale est quant à elle supérieure au Wenner et très légèrement inférieure au dispositif Dipôle-dipôle. L'arrangement des électrodes en dispositif Wenner-Schlumberger permet, avec un nombre égal d'électrodes, d'effectuer un nombre supérieur de mesures.

Le dispositif Pôle-pôle

Ce dispositif, possédant uniquement une électrode d'injection de courant et une électrode de mesure du potentiel, est beaucoup moins utilisé en tomographie 2D. Il est par contre fréquemment utilisé en tomographie 3D.

De façon à créer un dispositif Pôle-pôle, la seconde électrode de courant et de potentiel doivent être placées théoriquement à l'infini. Comme l'effet de l'électrode à l'infini (N ou B) est approximativement proportionnel au rapport AM/BM, il est nécessaire de placer l'électrode B ou N à au moins 20 fois la distance AM maximale utilisée de façon à ce que l'erreur soit inférieure à 5%. Si les distances interélectrodes utilisées sont grandes, cela peut rapidement devenir un problème. Il faut de plus se méfier des couches conductrices de surfaces qui peuvent canaliser le courant dans une direction (mise-à-la masse).

Un autre désavantage de ce dispositif vient de la grande distance existant entre M et N. Ce dispositif est en effet très sensible aux bruits et courants telluriques qui peuvent sévèrement dégrader les données. Ce dispositif est donc utilisé avec de très petites distances interélectrodes (<10 m), en 2D pour l'archéologie et en 3D également.

Ce dispositif à la plus grande couverture horizontale et la plus grande profondeur d'investigation. Il a par contre la plus faible résolution.

Le dispositif Pôle-dipôle

Le dispositif Pôle-dipôle a une relativement bonne couverture horizontale ainsi qu'une force du signal plus haute que le Dipôle-dipôle. Il est par contre moins sensible que le Pôle-pôle aux courants telluriques. Le principal problème vient du faite que le Pôle-dipôle est un dispositif asymétrique (une électrode d'injection de courant à l'infini). Une structure symétrique apparaîtra donc sous la forme d'une anomalie de résistivité apparente asymétrique sur la pseudosection. Cette asymétrie mesurée peut parfois influencer le modèle obtenu après inversion. De façon à éliminer l'effet de l'asymétrie, les mesures sont répétées avec les électrodes arrangées de manière inverse (Figure 1.8). En combinant les dispositifs Pôle-dipôle "forward" et "reverse", tout artefact créé par l'asymétrie du dispositif est éliminé. La plupart des programmes d'inversion gèrent ce genre de problème.

L'effet de l'électrode B à l'infini est ici proportionnel à $AM/(BM)^2$. Il suffit donc de mettre B à une distance égale à 5 fois la distance AM utilisée pour que l'erreur soit inférieure à 5%. On remarque alors qu'un dispositif Pôle-dipôle est moins affecté par l'électrode à l'infini qu'un dispositif Pôle-pôle.

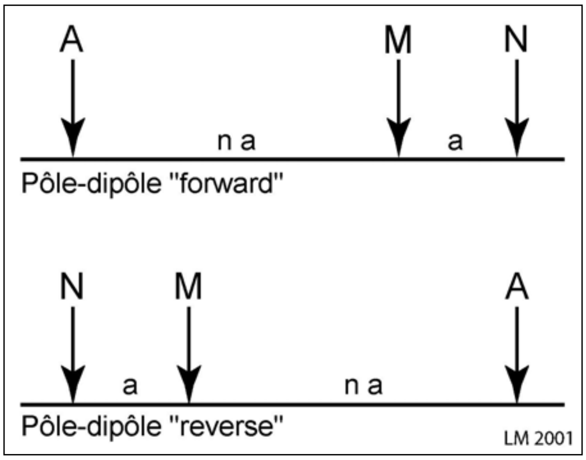


Figure 1.8
Acquisition "forward" et "reverse" pour le dispositif Pôle-dipôle.

La force du signal (qui décroît avec le carré du facteur **n**) est plus faible comparativement à un Wenner ou un Wenner-Schlumberger mais plus forte que pour un Dipôle-dipôle. Ce dispositif est particulièrement apprécié et polarisation provoquée de par sa grande force du signal (comparativement à un Dipôle-dipôle) et son faible couplage électromagnétique (comparativement à un Wenner ou un Wenner-Schlumberger). Il ne faut pas utiliser une valeur de **n** supérieure à 8 ou 10 (l'effet est toutefois moins sévère que pour un Dipôle-dipôle). On augmentera ensuite la distance **a** entre M et N pour augmenter la force du signal et la profondeur d'investigation comme décrit précédemment.

1.2.6 Tomographie électrique à haute résolution

Cette méthode peut être utilisée dans des régions fortement bruitées. Il s'agit ici d'obtenir des informations à une certaine profondeur en utilisant des dispositifs dont la répartition de la sensibilité est différente. Prenons un exemple.

Le dispositif Wenner-Schlumberger est un exemple de tomographie haute résolution, pour autant que toutes les possibilités Wenner soient prisent en compte (le temps d'acquisition s'en trouve allongé mais c'est le prix à payer pour ce genre de procédure). Une fois que toutes les possibilités Wenner sont effectuées, il est possible de trouver des possibilités Schlumberger dont les points de mesure vont se positionner au même niveau que des points

Wenner. Prenons par exemple un dispositif Wenner avec **a**=8. La Figure 1.7 donne alors une pseudo-profondeur de 4.15 pour ce point de mesure. Si on prend maintenant un dispositif en Schlumberger avec **n**=5 et **a**=2, la pseudo-profondeur de ce point vaut 4.18 suivant la Figure 1.7. Ces deux points seront alors positionnés à la même pseudo-profondeur mais ne seront pas obtenus par le même dispositif. La région du sous-sol prise en compte pour leur mesure sera donc légèrement différente de part les différentes sensibilités des deux dispositifs. Ces points vont donc fournir des informations légèrement différentes sur le sous-sol.

Une technique de haute résolution similaire peut être obtenue en combinant un Dipôle-dipôle et un Pôle-pôle et en jouant sur les valeurs de **n** et **a**. En théorie tous les dispositifs peuvent être combinés bien que ceci ne soit parfois pas commode dans la pratique. Les programmes d'inversion acceptent généralement ce type de fichier mixte. Des études récentes tendent à montrer que les résultats obtenus en inversant simultanément les points obtenus par deux dispositifs (joint inversion) donnent de meilleurs résultats qu'une inversion séparée.

1.2.7 Conclusions pour la tomographie électrique 2D

Si votre terrain à étudier est bruité, que vous avez peu de temps à disposition et que vous avez besoin d'une bonne résolution verticale, utilisez un dispositif Wenner. Ce dispositif peut par exemple être utilisé en recherche hydrogéologique ou environnementale (recherche de structures horizontales).

Si vous désirez une bonne couverture horizontale ainsi qu'une bonne résolution horizontale, que votre terrain n'est pas trop bruité, que votre résistivimètre est sensible et que le contact avec le sol est bon, vous pouvez utiliser un dispositif Dipôle-dipôle. Ce dispositif peut par exemple convenir en archéologie, en géophysique minière ou en génie civil (recherche des structures verticales)

Si vous n'êtes pas sûrs de la géométrie de votre milieu et que vous avez du temps à disposition, utilisez un Wenner-Schlumberger. Ce dispositif, généralement recommandé dans la plupart des cas, peut être utilisé en recherche géologique à grande échelle, hydrogéologique ou environnementale. De bons résultats peuvent également être obtenus en génie civil et archéologie.

Pour de plus petits terrains d'étude, un dispositif Pôle-pôle ou Pôle-dipôle ("forward" et "reverse") peut convenir.

Une étude électrique à haute résolution peut de plus améliorer la qualité de vos résultats.

1.3 Tomographie électrique 3D

1.3.1 Introduction

Etant donné que les structures géologiques sont en 3D dans la nature, un véritable dispositif 3D devrait donner de meilleurs résultats. Ce type d'acquisition n'a néanmoins pas encore atteint un niveau de développement équivalent à celui de la 2D. Une acquisition 3D demande en effet plus de données et coûte donc plus cher. Il y a toutefois deux principales évolutions qui tendent actuellement à rendre les études 3D possibles. Il s'agit de l'apparition récente des résistivimètres multicannaux qui permettent d'effectuer plusieurs mesures à la fois ainsi que de l'évolution rapide du matériel informatique rendant possible le traitement (inversion) d'un nombre important de données en un temps raisonnable.

1.3.2 Procédures d'acquisition 3D

La procédure décrite pour les acquisitions 2D reste valable en 3D. Les électrodes sont par contre habituellement arrangées selon un carré ou un rectangle (bien que cela ne soit pas une obligation). La forme de la grille peut donc varier selon celle du corps à étudier. L'interélectrode est également identique selon les axes x et y du dispositif (Figure 1.9). On utilise essentiellement des dispositifs Pôle-pôle, Pôle-dipôle et Dipôle-dipôle en tomographie de surface 3D. Les autres dispositifs ont en effet une faible couverture de données vers les bords de la grille.

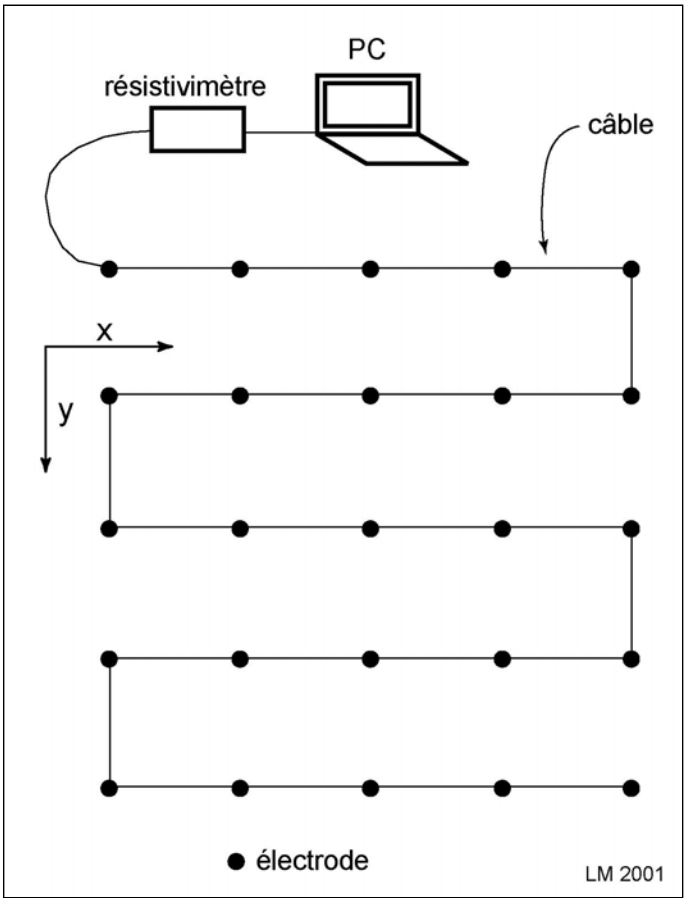


Figure 1.9
Arrangement des électrodes pour une acquisition 3D.

De façon à étendre la surface étudiée, une procédure de recouvrement peut être effectuée comme le décrit la Figure 1.10. Cet exemple nous montre qu'il est possible d'obtenir une grille de 10 par 10 en ne possédant néanmoins que 50 électrodes en tout. Une première acquisition est effectuée en créant une grille de 10 par 5 où les mesures sont effectuées en priorité selon la direction x, avec quelques possibilités selon y et en diagonal. La grille est ensuite déplacée selon la direction y de façon à créer une grille de 10 par 10 et une nouvelle acquisition est effectuée. La même opération est ensuite répétée selon la direction y. Il est évident que cette technique nous prive de certaines possibilités. La profondeur d'investigation atteinte est également inférieure à celle obtenue avec une vraie grille de 10 par 10.

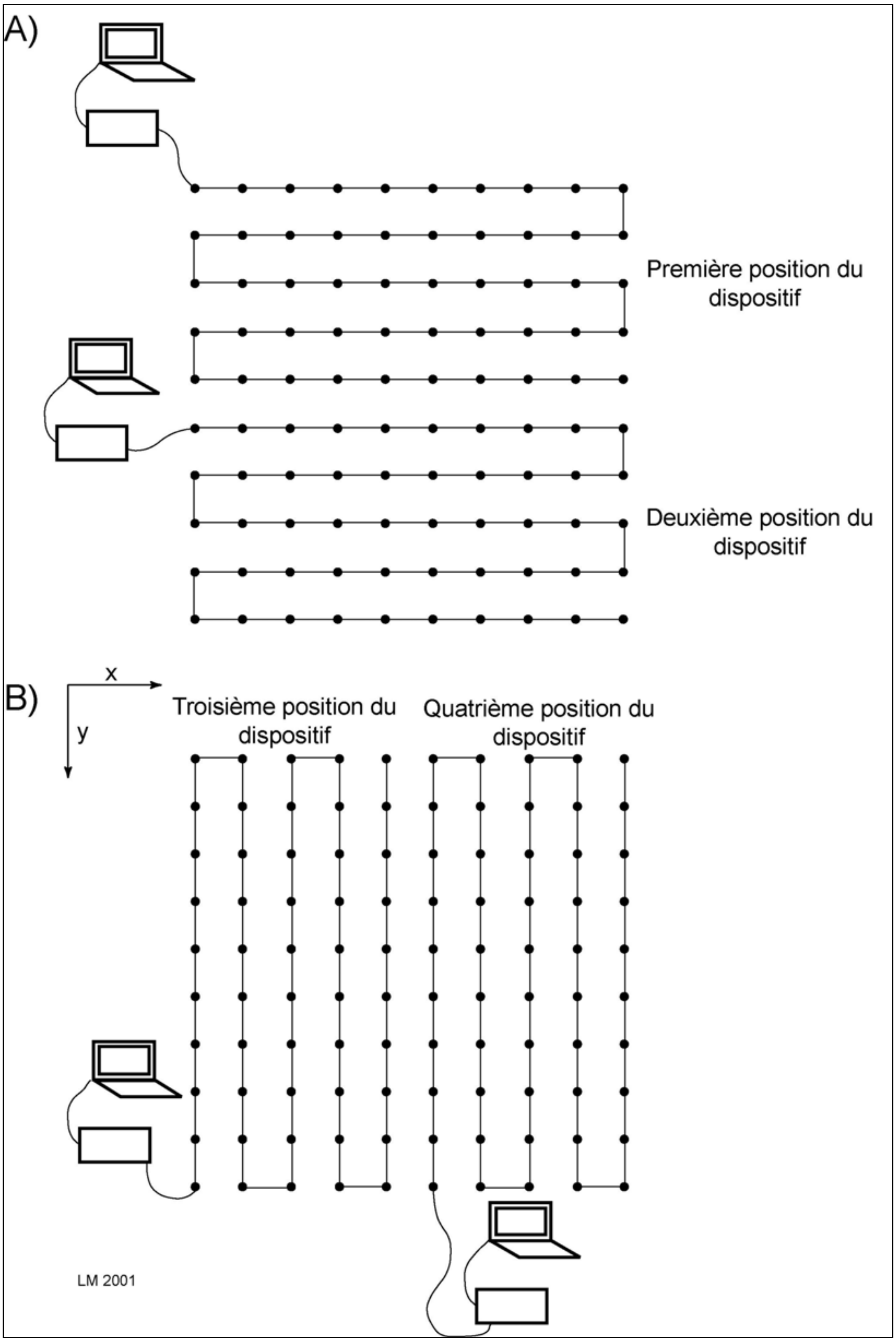


Figure 1.10
Utiliser un recouvrement pour une acquisition 3D 10 fois 10 par 50 électrodes. A) acquisition 5 fois 10 selon la direction x. B) acquisition selon la direction y.

Il est également possible d'obtenir des modèles 3D à partir d'une combinaison de profils 2D. La résolution de ces modèles est toutefois moins grande, car il n'y a pas de mesures effectuées diagonalement.

1.3.3 Avantages et inconvénients des différents dispositifs

Les caractéristiques des dispositifs décrits dans la partie consacrée à la tomographie 2D restent bien entendu valables dans le cas de la 3D. Quelques remarques supplémentaires sont toutefois nécessaires concernant les avantages et inconvénients des principaux dispositifs utilisés en 3D.

Le dispositif Pôle-pôle

En Pôle-pôle, chaque électrode peut être utilisée à la fois comme électrode d'injection du courant ou comme électrode de mesure du potentiel. Toutefois, en vertu du principe de réciprocité, seules les électrodes possédant une adresse numérique supérieure à celle de l'électrode d'injection du courant seront utilisées pour la mesure du potentiel. Malgré cela, une grille de 10 électrodes sur 10 (soit 100 électrodes) mesurera 4950 points, ce qui demande beaucoup de temps. Il est alors nécessaire de réduire le nombre de points sans toutefois nuire à la qualité des données. La procédure d'acquisition appelée "cross diagonal survey" est couramment utilisée dans ce but. Une "cross diagonal survey" ne va mesurer les potentiels qu'aux électrodes situées le long des directions x et y ainsi que selon les diagonales à 45° passant par l'électrode de courant. Le nombre de mesures est ainsi réduit au tiers du nombre initial de données.

Les principaux désavantages du dispositif Pôle-pôle sont sa faible résolution (tendance à restituer des anomalies floues) ainsi que le besoin de mettre une électrode à l'infini.

Le dispositif Pôle-dipôle

De par sa plus forte résolution ainsi que le fait que les deux électrodes de potentiel soient situées sur la grille (moins sensible au bruit), le dispositif Pôle-dipôle est une bonne alternative au dispositif Pôle-pôle. Un Pôle-dipôle possède de plus une force du signal supérieure au Dipôle-dipôle. Il faut toutefois toujours effectuer des acquisitions "forward" et "reverse" de façon à s'affranchir des phénomènes d'asymétrie. Pour éviter que la force du signal diminue trop rapidement avec de grandes valeurs de **n** (>10), l'interélectrode **a** entre les dipôles MN doit être augmentée afin d'atteindre de plus grandes profondeurs d'investigation. Une procédure à haute résolution (combinaison de Pôle-dipôle et Pôle-pôle par exemple) peut augmenter la densité de points et parfois améliorer la résolution du modèle inversé.

Le dispositif Dipôle-dipôle

Ce dispositif est essentiellement utilisé pour des grilles de grande taille, car il présente une faible couverture de points vers les bords. La faible force du signal peut être surmontée en augmentant la distance **a** entre les dipôles afin d'atteindre des profondeurs d'investigation plus grandes. Une inversion combinée avec un Pôle-dipôle ou un Pôle-pôle permet d'augmenter la résolution et le nombre de points.

1.3.4 Conclusions pour la tomographie électrique 3D

Pour de petites grilles (< à 10 par 10), vous pouvez utiliser un dispositif Pôle-pôle car il présente une grand possibilité de combinaisons et une bonne couverture horizontale (beaucoup de points en profondeur). Il est toutefois sensible au bruit et a une faible résolution.

Etant moins sensible au bruit et présentant une meilleure résolution, le dispositif Pôle-dipôle peut être utilisé pour des grilles plus grandes.

Un dispositif Dipôle-dipôle doit être réservé aux grilles de grandes tailles (> 13 par 13) de par sa faible couverture horizontale par rapport à un Pôle-pôle. Une combinaison de Dipôle-dipôle et Pôle-dipôle (haute résolution) permet d'améliorer la qualité du résultat.

2.1 Introduction au traitement des données

2.1.1 Problème direct et problème inverse

Le traitement des données en géophysique passe souvent par une méthode d'inversion permettant d'obtenir une meilleure idée des paramètres étudiés. Ce cours étant dédié aux géologues utilisant les méthodes électriques, l'aspect mathématique de l'inversion ne sera pas abordé en détail mais pourra toutefois être trouvé dans de nombreux ouvrages spécialisés (voir références).

Ce processus de traitement peut être divisé en deux notions distinctes: le problème direct et le problème inverse. Les exemples suivants vont permettre d'appréhender ces concepts.

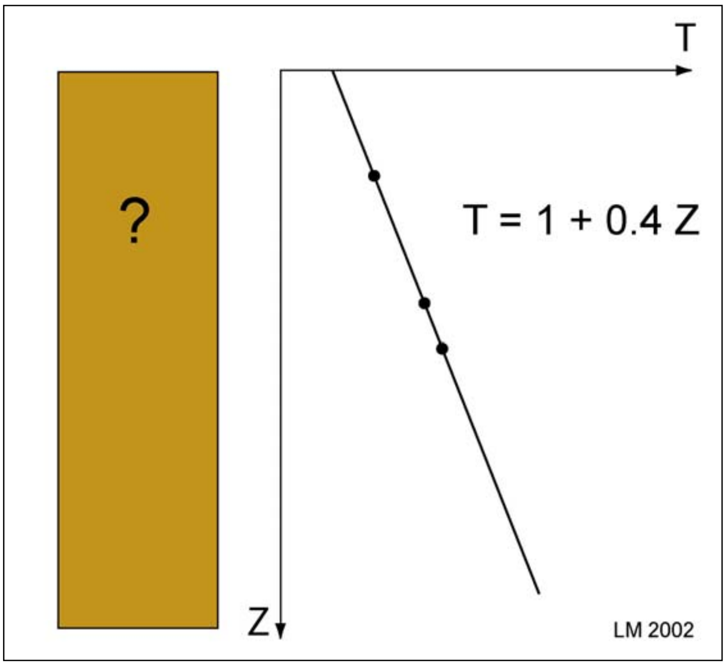


Figure 2.1
Le problème direct.

Le problème direct

Supposons que l'on connaisse la loi linéaire (par hypothèse) qui explique l'augmentation de la température avec la profondeur (équation d'un droite). Il est alors très simple d'obtenir la valeur de la température à n'importe quelle profondeur Z (Figure 2.1).

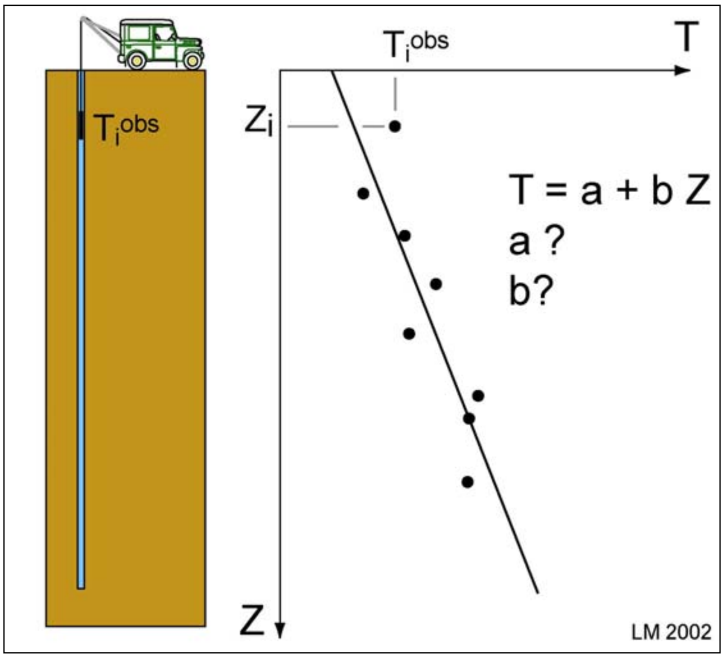


Figure 2.2
Le problème inverse.

Le problème inverse

On dispose maintenant de mesures de la température dans un forage. Le but du problème inverse consiste à trouver un modèle (ici l'équation d'une droite par hypothèse) qui explique bien ces données. Ici, les paramètres a et b de la droite constituent les paramètres du modèle qui sont à déterminer (Figure 2.2).

Les données peuvent être décrites sous la forme d'une série d'équations linéaires :

$$T_1 = a + bZ_1$$
$$T_2 = a + bZ_2$$
$$\vdots$$
$$T_N = a + bZ_N$$

ou sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 1 & Z_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & Z_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\,\mathbf{m}$$

Pour évaluer ce modèle, on va chercher à minimiser E, la somme des carrés de l'erreur (mesure, bruit…) entre les données mesurées et les données calculées (prédites) sur le modèle (Figure 2.3). Pour une mesure, l'erreur s'écrit

$$e_i = d_i^{obs} - d_i^{pre} \qquad E = \mathbf{e}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{e} = (\mathbf{d} - \mathbf{Gm})^{\mathbf{T}}\,(\mathbf{d} - \mathbf{Gm})$$

Avec **e** le vecteur d'erreur entre les données mesurées et calculées.

En supposant un problème linéaire (qui peut être décrit sous la forme d'un système d'équations linéaires), la solution du problème inverse est donnée en minimisant la fonction E. Dans ce cas, le modèle estimé vaut :

$$\mathbf{m}^{\mathbf{est}} = [\mathbf{G}^{\mathbf{T}}\mathbf{G}]^{-1}\,\mathbf{G}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{d}$$

Cette équation est une inversion par moindres carrés. G^T est la transposée de la matrice G.

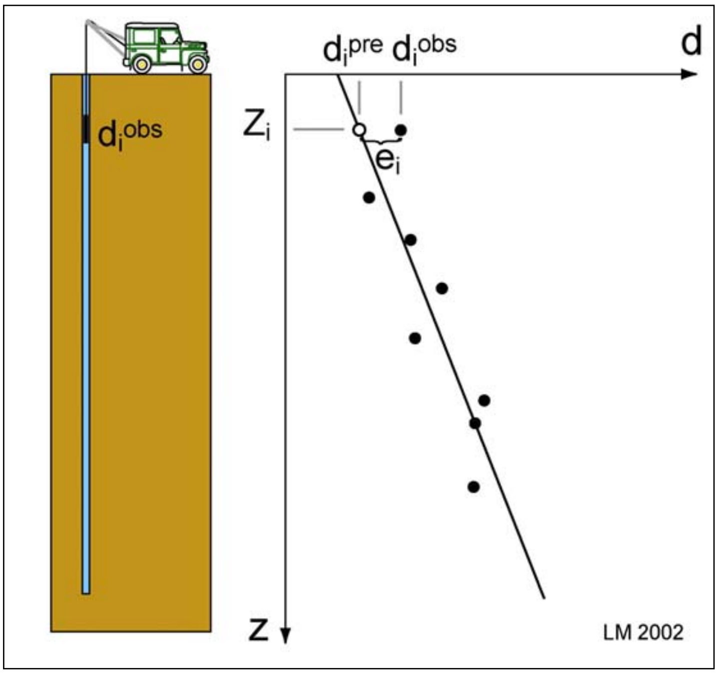


Figure 2.3
La méthode des moindres carrés.

Comme le système d'équation est souvent inconsistant (certaines informations sont redondantes ou mal réparties), on minimise également la somme des carrés des éléments du modèle (**m**) dans le but de rajouter de l'information a priori. On cherche alors le modèle le plus simple au sens mathématique (norme la plus faible).

La fonction à minimiser devient alors

$$\Phi(m) = E + \varepsilon^2 L = \mathbf{e}^{\mathbf{T}}\mathbf{e} + \varepsilon^2 \mathbf{m}^{\mathbf{T}}\mathbf{m}$$

Avec ε un facteur d'amortissement.

La solution du problème inverse est donc dans ce cas :

$$\mathbf{m}^{\mathbf{est}} = \left[\mathbf{G}^{\mathbf{T}}\mathbf{G} + \varepsilon^2\ \mathbf{I}\right]^{-1}\ \mathbf{G}^{\mathbf{T}}\ \mathbf{d}$$

2.1.2 Généralités sur l'inversion en tomographie électrique

Problème non-linéaire et linéarisation

Le problème électrique n'étant pas linéaire, on le linéarise en effectuant un développement selon une série de Taylor autour d'une solution estimée (modèle de départ).

$$\mathbf{g(m)} \cong \mathbf{g(m_n^{est})} + \nabla\mathbf{g(m - m_n^{est})} = \mathbf{g(m_n^{est})} + \mathbf{G_n(m - m_n^{est})}$$

L'opérateur g représente le problème direct. Cette équation peut encore s'écrire

$$\mathbf{G_n \Delta m_{n+1}} = \mathbf{d} - \mathbf{g(m_n^{est})} \qquad \text{avec} \qquad G_{ij} = \frac{\partial g(m)_i}{\partial m_j}$$

G est le matrice de sensibilité (matrice Jacobienne). Elle définit la sensibilité des mesures à la modification d'un paramètre du modèle.

En regroupant les termes de droite sous la forme d'un vecteur d'erreur sur les données

$$\mathbf{\Delta d} = \mathbf{d^{obs}} - \mathbf{d^{calc}} = \mathbf{G\Delta m}$$

L'équation obtenue est alors linéaire et peu être résolue de manière traditionnelle.
La solution du problème inverse est donc :

$$\mathbf{\Delta m} = \left[\mathbf{G}^{\mathbf{T}}\mathbf{G} + \varepsilon^2\ \mathbf{I}\right]^{-1}\ \mathbf{G}^{\mathbf{T}}\ \mathbf{\Delta d}$$

On notera ici que le problème inverse électrique doit être résolu de manière itérative (problème non-linéaire), ce qui n'était pas le cas dans l'exemple sur la température (problème linéaire).

Pour avoir des informations plus détaillées sur l'inversion, consulter l'Annexe 2.

Méthode

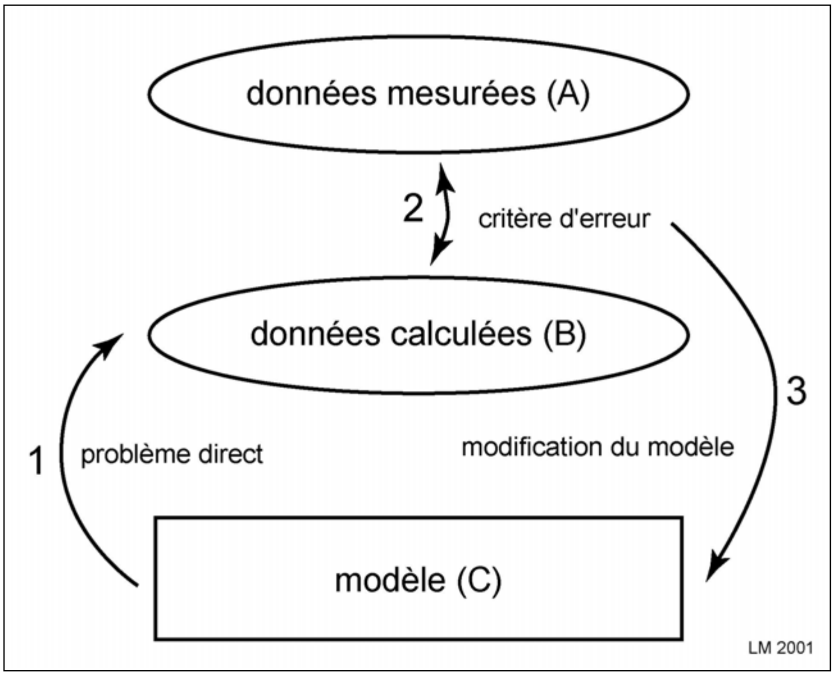


Figure 2.4
Inversion par méthode itérative.

La méthode d'inversion est décrite schématiquement dans la Figure 2.4. Un modèle (C) de base est tout d'abord élaboré soit à partir des données de résistivités apparentes mesurées (A), soit à partir d'informations à priori entrées par l'utilisateur. L'algorithme calcule ensuite la réponse de ce modèle en résolvant le problème direct (c'est à dire le calcul de résistivités apparentes à partir de résistivités vraies) (étape 1). On obtient alors le profil (B). L'algorithme détermine alors le degré de différence entre les profils (A) et (B), c'est l'évaluation de **Δd** (étape 2). Le modèle (C) est ensuite modifié grâce aux valeurs de **Δm** dans le but de minimiser le degré de différence (erreur) entre (A) et (B) (étape 3). On évalue également l'erreur entre (A) et (B). L'opération est alors répétée de manière itérative jusqu'à ce que le processus converge (l'erreur ne diminue plus de manière significative).

On notera que la manière de procéder varie d'un logiciel à l'autre. Le problème directe peut être résolu de manière analytique (pour des corps de forme très simple, tels des sphères, des couches horizontales parallèles ou des dykes) ou par éléments finis et différences finies (pour des corps à géométrie plus complexe). Le modèle de base peut être le profil de résistivités apparentes mesuré ou encore un premier modèle approximatif établi par l'utilisateur en fonction des informations a priori. En général, le profil est discrétisé sous la forme de **blocs de résistivité homogène m** dont on va faire varier la résistivité, notamment si le problème direct est résolu par éléments finis ou différences finies. Ces blocs constituent donc les paramètres du modèle. Il est de plus très important de pouvoir contraindre le processus d'inversion, par le biais notamment d'a priori sur les caractéristiques des structures étudiées.

Un exemple concret d'utilisation de logiciel est décrit dans les chapitres suivants.

Effet de la topographie

L'effet de la topographie est inclus dans l'inversion, généralement par torsion de la maille des éléments finis. Cette torsion diminue toutefois en profondeur (de manière régulière ou exponentielle) de façon à marquer la diminution de l'effet topographique en profondeur. La correction peut également être faite en attribuant des valeurs de résistivité très élevées à la portion des blocs située au-dessus de la topographie. Une correction de l'effet topographique avant inversion sur les données mesurées n'est pas recommandée. Une correction topographique est indispensable. En effet, le courant à tendance à se concentrer au fond des dépressions topographiques ce qui crée des artefacts sur la mesure du potentiel.

Le résultat

Le résultat en tomographie 2D est un modèle présenté sous forme de pseudo-coupe du sous-sol. Pour la tomographie 3D, le résultat est présenté sous la forme d'un bloc 3D. On peut également présenter des tranches horizontales de ce bloc ("depth slices"). Les résistivités sont dans les deux cas des résistivités calculées.

Le résultat de l'inversion n'est pas unique. Cette non-unicité a plusieurs causes. La première vient du fait que les données sont souvent entachées d'erreurs et que cette erreur se propage tout au long du processus. La seconde est que le formalisme mathématique ne décrit pas parfaitement le phénomène réel. De plus, lorsque l'on utilise une minimisation par moindres carrés, l'unicité de la solution dépendra également d'éventuels extrema secondaires de ce critère (le minimum n'est peut être pas unique, Figure 2.5).

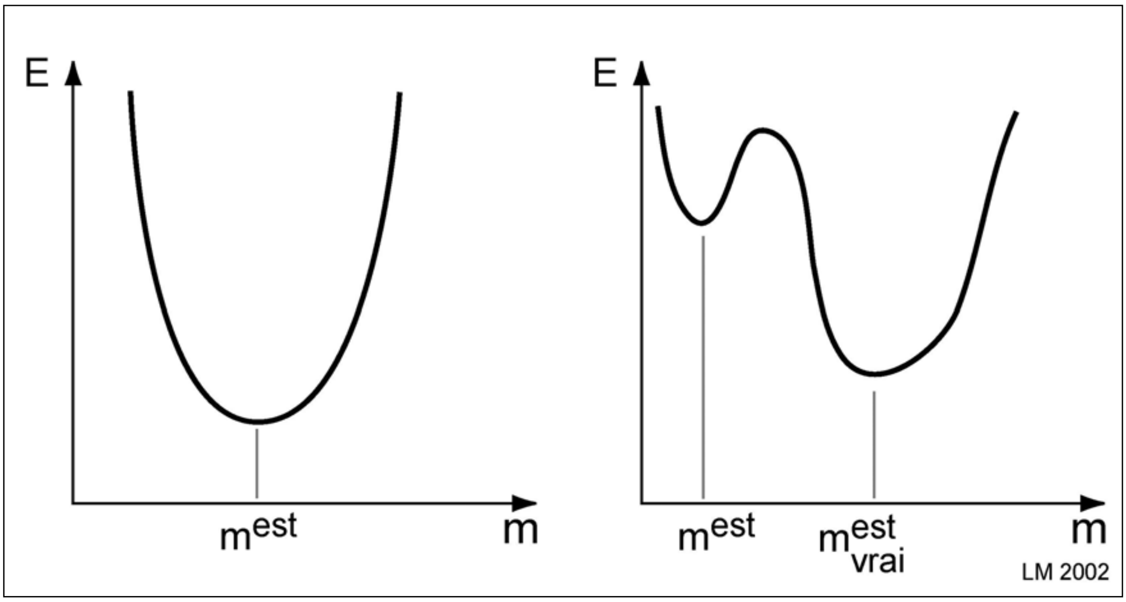


Figure 2.5
La fonction d'erreur pour un problème linéaire (à gauche) et un problème non-linéaire (à droite). Dans le dernier cas, des minima et extrema sont présents.

3.1 Un exemple de logiciel d'inversion 2D: Res2Dinv

3.1.1 Introduction

Le logiciel présenté ici, Res2Dinv, est actuellement l'outil d'inversion le plus couramment utilisé dans les milieux universitaires et privés. Le descriptif qui suit permettra à l'utilisateur débutant d'effectuer un premier contact avec ce type de traitement mais n'a pas l'intention de couvrir de manière exhaustive toutes les possibilités de ce logiciel. Il faut d'ailleurs bien préciser que seule une bonne expérience permettra l'utilisation optimale des nombreux paramètres disponibles dans Res2Dinv.

Ce logiciel est disponible gratuitement sur Internet en version de démonstration (www.geoelectrical.com). En version démonstration certaines options ainsi que l'enregistrement du résultat ne sont pas disponibles. Ce logiciel est protégé contre la copie par une clef physique (Dongle) se branchant sur le port imprimante de votre PC. Cette clef permet l'accès à toutes les options.

3.1.2 Importer des données

Une fois vos données pré-traitées dans un fichier (*.dat), vous devez lancer le programme Res2Dinv et importer votre fichier.

Cliquez sur **File** puis sur **Read data file** et choisissez le fichier à ouvrir. Une boîte de dialogue vous demande alors si vous désirez trier les données, ce tri ne représente qu'une réorganisation des données par Res2Dinv, libre à vous d'enregistrer ce nouveau fichier, mais ce n'est pas nécessaire.

Il arrive parfois que la boîte de dialogue suivante (Figure 3.1) apparaisse et vous signale que la résistivité apparente mesurée de certains points est fortement anormale. Ces mesures anormales seront donc à supprimer. La visualisation et la suppression de ces mesures sont traitées au point suivant.

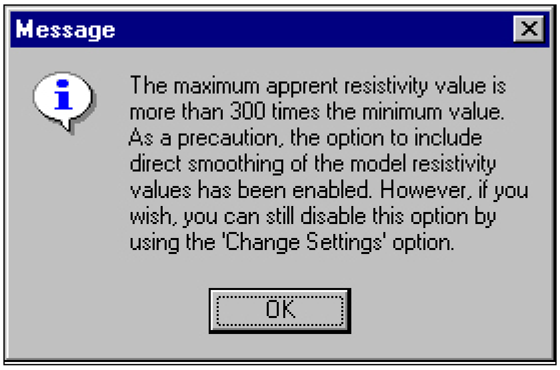


Figure 3.1
Indication de grandes variations de résistivité apparente dans le fichier importé.

3.1.3 Quelques paramètres pouvant être modifiés

Eliminer les mauvaises données

Les points sont représentés selon les différents niveaux d'acquisition et avec une échelle restreinte (Figure 3.2). Cette représentation va faire ressortir les mesures dont la résistivité apparente est très forte ou très faible par rapport aux points voisins. Un tel changement aussi rapide ne pouvant être dû à un phénomène géologique, de telles données doivent être éliminées. Voici la marche à suivre:

Cliquez sur **Edit** puis sur **Exterminate bad data points** pour accéder à ce mode de visualisation.

Cliquez sur chacune des mesures que vous désirez supprimer (la croix change alors de couleur et devient rouge), une fois que vous avez sélectionné les mesures à supprimer, cliquez sur **Exit**, acceptez les modifications effectuées, puis cliquez sur **Quit edit window**. Vous pouvez ou non renommez votre fichier modifié.

Il est important d'effectuer cette opération plusieurs fois, ceci pour voir si la suppression de certaines valeurs n'en a pas fait apparaître d'autres qui sont, elles aussi, aberrantes mais qui n'étaient simplement pas visibles auparavant (ajustage des échelles)

Il faut remarquer que les **erreurs aléatoires** (bruit, telluriques, courants parasites) sont en principe souvent éliminées lors du passage du transfert du fichier depuis le résistivimètre. Les erreurs qui persistent ici sont essentiellement des **erreurs systématiques** provenant d'électrodes défectueuses (la commutation ABMN n'est plus possible), une mesure pouvant être effectuée plusieurs fois de manière incorrecte sans que l'erreur entre les cycles de mesure ne soit élevée. Remarquons toutefois que si la résistivité mesurée est négative, elle est éliminée par le logiciel de transfert de fichier.

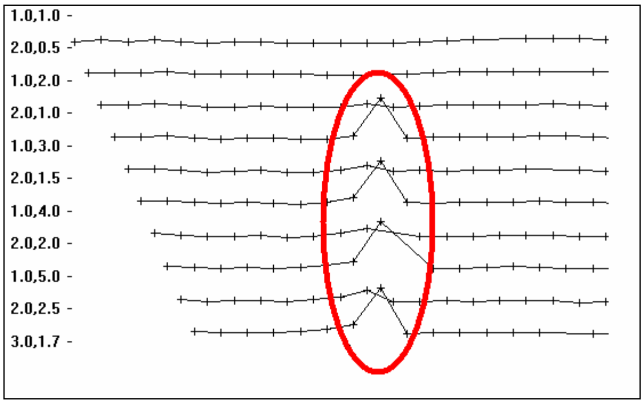


Figure 3.2
Exemple de valeurs aberrantes

Favoriser des structures verticales ou horizontales

Ce facteur permet d'introduire un a priori sur la géométrie des corps et force ainsi le modèle selon une dimension verticale ou horizontale. Pour cela, allez dans le menu **Change settings** et cliquez sur **Vertical/horizontal flatness filter ratio**. Choisissez un rapport >1 pour privilégier une structure verticale ou un rapport <1 pour une structure horizontale.

Calculer précisément la matrice d'inversion

Dans le menu **Inversion**, **Jacobian matrix calculation** la matrice de sensibilité peut être calculée à chaque itération ce qui peut donner des modèles plus précis (mais le processus est plus long). Ceci est surtout valable en cas de fort contrastes de résistivité.

Limiter la convergence

Une faible variation dans l'erreur (RMS) indique en général que le processus d'inversion à convergé. Des itérations supplémentaires n'impliqueront pas une baisse supplémentaire de l'erreur et encore moins une amélioration du modèle. Dans le programme, la convergence est exprimée comme un pourcentage de variations de l'erreur après une itération supplémentaire. Cette valeur est habituellement de 5% mais peut être modifiée dans le menu **Change settings** puis **Convergence limit**. Remarquons toutefois qu'une limite plus petite va pousser le nombre d'itérations plus loin et peut créer des artefacts.

Changer la taille des blocs

Comme la résolution des méthodes électriques diminue avec la profondeur, la taille des blocs utilisés pour l'inversion augmente. Il est possible de sélectionner deux types d'augmentation avec la profondeur, soit 10% ou 25% (Figure 20). Un augmentation de 25% aura tendance à donner plus de poids aux points situés en profondeur ce qui peut étirer vos modèles vers le bas. Pour sélectionner cette option, allez dans le menu **Inversion** puis **Change thickness of layers**.

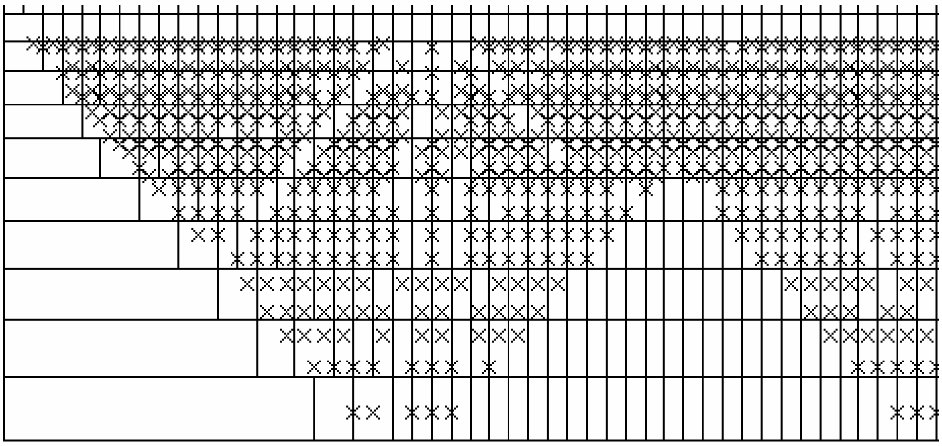


Figure 3.3
Diagonales dues à une électrode défectueuse

Cette option est intéressante car elle permet de visionner les blocs ainsi que les points de mesure. Il est alors possible de déceler d'éventuelles zones sans données dans le profil (à éviter!) ainsi que des diagonales sans mesures, caractéristiques du non fonctionnement d'une électrode (Figure 3.3). Ces diagonales convergent vers l'électrode incriminée.

3.1.4 L'inversion

Comme nous l'avons dit précédemment, le logiciel Res2Dinv va permettre, à partir des valeurs de résistivités apparentes mesurées sur le terrain, de trouver les résistivités calculées (≈ vraies) du terrain d'étude. Le logiciel procède par une méthode itérative. En premier lieu il découpe le profil en plusieurs blocs dont la taille augmente avec la profondeur (Figure 3.4). Cette augmentation est due à la perte de résolution des méthodes électriques avec la profondeur (voir le paramètre Change thickness of layers) et dépend du nombre de points de mesure et de niveaux d'acquisition. Pour cette opération d'inversion, les premières valeurs introduites dans les blocs du modèle, sont les valeurs de la résistivité apparente. A

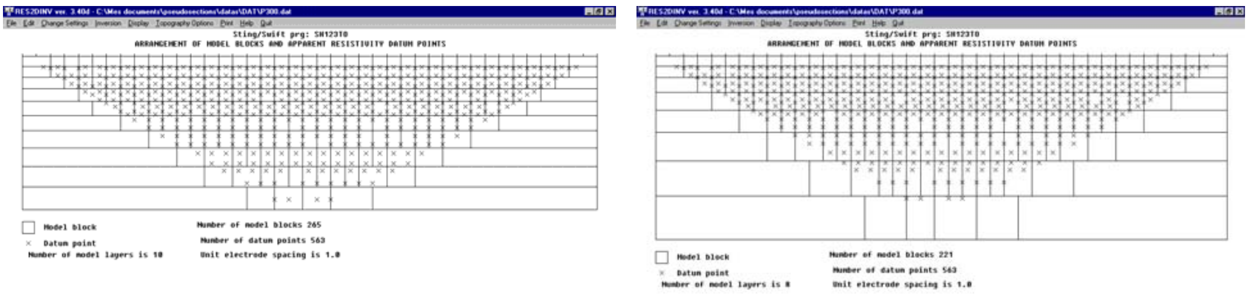


Figure 3.4
Les blocs utilisés lors du processus d'inversion. A gauche, incrément de 10%, à droite de 25%. Les points mesurés sont représentés par des croix.

partir de ce premier modèle, le logiciel injecte un courant fictif (problème direct) et recalcule les valeurs apparentes, valeurs qu'il compare avec celles mesurées sur le terrain (estimation de l'erreur par moindres carrés). Cette comparaison lui permet d'ajuster son modèle et ainsi de réduire la différence entre les valeurs apparentes calculées et les valeurs mesurées sur le terrain en répétant le processus (par itérations successives).

Lorsque vos paramètres sont correctement ajustés (voir plus haut), l'inversion peut commencer. Pour cela, **vous devez tout d'abord valider vos corrections topographiques pour que le logiciel en tienne compte**. L'opération pour lancer l'inversion est la suivante:

Allez sur **Topography options** puis sur **Display topography**. Ceci valide vos corrections topographiques
Pour lancer l'inversion, allez dans le menu **Inversion** et cliquez sur **Least square inversion**.
Définissez un nom de fichier pour le stockage du résultat final du processus d'inversion.

Relevons encore une fois que le profil qui a le plus d'itérations ne correspond pas forcément au modèle le plus proche de la réalité. Le processus d'inversion converge au bout de 4 à 6 itérations. A partir de ce moment, le programme utilise, pour baisser son erreur, des valeurs extrêmes de la résistivité n'ayant plus de signification correcte. L'utilisateur doit donc inclure ses connaissances a priori du sous-sol afin de déterminer quel est le meilleur modèle. On notera encore qu'il est possible d'inverser sans la clef physique qui protège le logiciel des copies illégales, mais que le processus d'inversion est limité à 3 itérations.

La boîte de dialogue suivante (Figure 3.5) est affichée si la différence entre 2 itérations est inférieure à la valeur du paramètre Convergence limit (ici 5%). Ceci arrive lorsque le processus d'inversion n'arrive plus à améliorer le modèle qu'il calcule. A ce stade une augmentation du nombre d'itérations peut mener à des résultats aberrants. En règle générale il convient d'arrêter le processus d'inversion après l'affichage de cette boîte de dialogue. Cependant si vous estimez que l'erreur peut encore baisser sans dégrader le modèle proposé, cliquez sur **Oui** pour continuer.

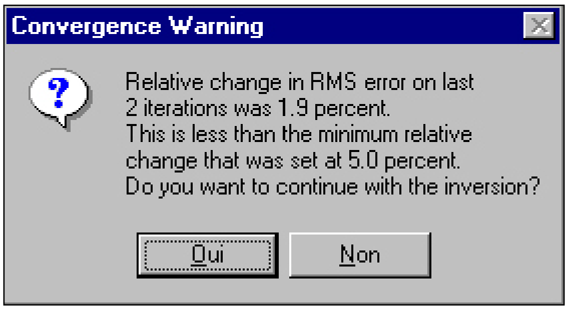


Figure 3.5
Boite de dialogue avertissant de la convergence du processus d'inversion

Durant le processus d'inversion, l'écran suivant apparaît (Figure 3.6):

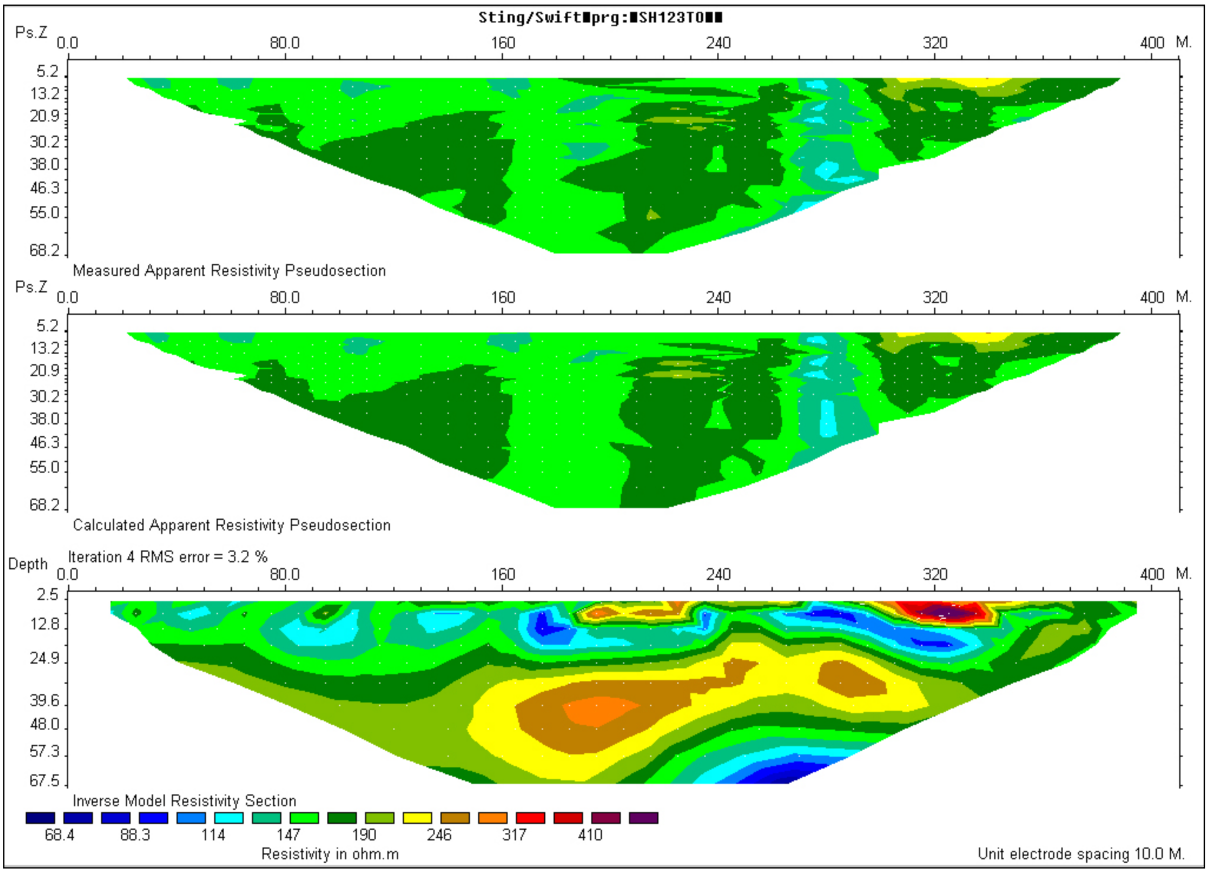


Figure 3.6
Présentation de l'inversion d'une tomographie 2D dans Res2Dinv. Source IGL.

Le profil du haut représente les valeurs brutes de résistivités apparentes mesurées sur le terrain. L'axe des Y représente les pseudo-profondeurs et l'axe des X la distance horizontale en mètres. Le profil du milieu indique l'effet que produirait le modèle calculé s'il était mesuré. Plus l'écart entre la coupe 1 et 2 est faible, meilleur est le résultat de l'inversion. Le taux d'erreur donné (RMS error) correspond à la moyenne de cette différence. Le profil du bas est le modèle calculé en résistivité et profondeurs calculées. C'est donc cette coupe qui représente le résultat final du processus d'inversion.

Comme nous l'avions vu, il faut bien garder en mémoire que le modèle calculé n'est pas unique mais que l'on peut en obtenir d'autres en faisant varier certains paramètres de Res2Dinv. Cette ambiguïté provient du fait que le modèle est calculé en 2 dimensions alors que les mesures de terrain sont influencées par les 3 dimensions. Il est donc primordial d'avoir une connaissance préalable de la région avant de faire les mesures, par la réalisation d'une carte de traîner par exemple, ce qui permettra d'orienter correctement les profils et de limiter ainsi l'influence des variations latérales. Il existe également une propagation de l'erreur sur les données au cours du processus d'inversion. De plus, le formalisme mathématique décrit imparfaitement la réalité physique sur le terrain.

3.1.5 Visualisation du résultat de l'inversion

Une fois l'inversion terminée, vous pouvez revoir le résultat de cette inversion par le biais du menu **Display**. Si vous désirez visualisez le résultat inversé d'une autre acquisition, charger simplement le fichier (*.inv) correspondant à l'aide la commande **Read file with inversion results** du menu **File**.

1. Cliquez sur le menu **Display** puis sur **Show inversion results**. Toute une série d'informations sur le fichier qui vient d'être inversé s'affichent alors.
2. Allez sur **Display sections**
3. A partir de ce moment, vous pouvez soit: revoir les trois pseudo-coupes qui représentent le résultat de l'inversion (cliquez sur **Display data and model sections**) ou visualisez le résultat de l'inversion avec la topographie (cliquez sur **Include topography in model display**)
4. Choisissez le type de représentation (une échelle logarithmique donne déjà une bonne idée de l'inversion)
5. Il est ensuite possible d'enregistrer cette image en format bitmap: allez sur le menu **Print**, puis sur **Save screen as BMP file**.

3.1.6 Exportation du modèle inversé

Un fichier de données très complet contenant le résultat de l'inversion peut être enregistré en format (*.xyz). Dans ce fichier, on trouvera notamment les coordonnées ainsi que la profondeur absolue et l'altitude du centre de chaque bloc utilisé pour l'inversion, sa valeur en résistivité et conductivité calculées, la topographie, l'erreur relative et absolue entre les profils des résistivités apparentes mesurées et calculées, l'erreur RMS, les paramètres **a** et **n** pour le centre de chaque bloc etc…

Ces données vous permettent notamment d'extraire les informations nécessaires à le représentation de votre modèle inversé dans un logiciel tel que Surfer. Il faut avoir toutefois installer la clef de protection pour pouvoir effectuer cette opération. Voici la marche à suivre:

1. Passez à la section **Display**
2. Choisissez l'option **Include topography** in model section dans le menu **Display section** pour que les corrections topographiques soient présentent dans le fichier (*.xyz).
3. Dans le menu **File** cliquez sur **Save data in XYZ format**
4. Choisissez l'itération à exporter
5. Définissez un nom de fichier et un endroit pour stocker ce fichier
6. A la question "Do you want to use negative values for depth ?" répondez **YES** si vous désirez sauver votre profil en profondeurs négatives (0 à la surface) ou **No** si vous avez introduit des points topographique et que vous désirez sauver votre profil en altitudes absolues.

3.1.7 Quelques problèmes courants

Erreur lors de l'ouverture du fichier (*.dat) dans Res2Dinv

Il existe plusieurs problèmes pouvant empêcher le fichier (*.dat) d'être importé correctement (Figure 3.7).

Figure 3.7
Erreur lors de l'ouverture d'un fichier

Contrôler que ce fichier n'est pas ouvert dans un autre programme comme Excel ou Wordpad par exemple. Sachez que si un fichier est ouvert par un programme, ce dernier possède tous les droits sur ce fichier et aucun autre programme ne peut y accéder.

Le fichier est peut-être corrompu: avez vous effectué la fusion correctement ? Les corrections topographiques sont-elles correctes ? Y a-t-il plus de corrections topographiques que vous n'en avez spécifié ?

Contrôler que le nombre de points de données dans l'en-tête du fichier (*.dat) correspond effectivement au nombre de points présents dans votre fichier.

L'affichage de res2Dinv lors de l'inversion est extrêmement lent

Cette lenteur est due au fait que votre système d'exploitation affiche plus de 256 couleurs, ce qui nécessite un temps de calcul beaucoup plus long pour Res2Dinv pour afficher les résultats de l'inversion. Pour remédier au problème, changer le nombre de couleurs que vous affichez:

1. Allez dans le **Panneau de configuration** et cliquez sur l'icône **Affichage** sélectionnez l'onglet **Configuration** et dans la zone **Palettes des couleurs** choisissez 256 couleurs.
2. Cliquez sur **Appliquer** puis sur **OK** pour valider votre choix
3. Relancer Res2Dinv.

Une autre solution consiste à ne pas afficher les pseudo-sections durant l'inversion:

1. Dans le menu **Inversion** de Res2Dinv cliquez sur **Show pseudosections during inversion** puis choisissez **No**.

4.1 Exemples de tomographies 2D

4.1.1 Exemples de simulation

Ces acquisitions sont effectuées dans une cuve que possède l'IGL. Cette cuve est un bassin mesurant 145 cm sur 190 cm pour une profondeur de 80 cm. Elle est remplie d'eau de résistivité moyenne 35 ohm.m. Les modèles sont des structures en plastique de résistivité infinie. Cette cuve constitue un milieu idéal (absence de bruit, contraste de résistivité élevé) qui vont nous permettre de mieux cerner les limites d'application des différents dispositifs ainsi que celles de la méthode.

Résolution des différents dispositifs

La Figure 4.1 représente une acquisition à l'aide de trois dispositifs différents sur deux corps parallèles et infiniment longs perpendiculairement au profil. Ces corps mesurent 16 mm de large et sont éloignés de 4 fois leur largeur. La profondeur de ces corps est égale à 20 mm.

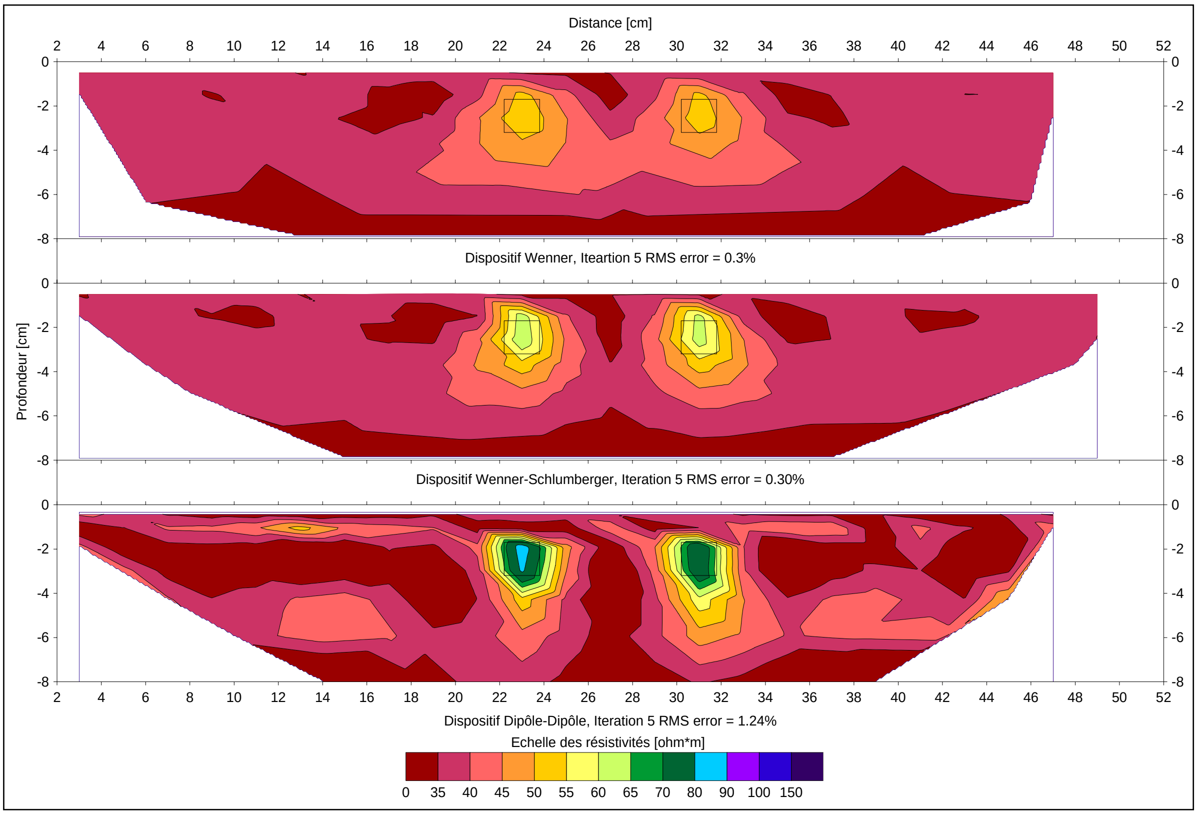


Figure 4.1
Comparaison entre un dispositif Wenner, Wenner-Schlumberger et Dipôle-dipôle (profondeur: 20 mm)

On peut remarquer que la faible taille des corps ne nous permet pas d'atteindre la vraie résistivité des structures. On constate également une variation des valeurs de résistivités entre les différents dispositifs. Le dispositif Wenner est celui qui a les plus faibles variations alors que le Dipôle-dipôle montre les plus fortes amplitudes. Le Wenner-Schlumberger est, quand à lui, un compromis entre les deux dispositifs susmentionnés.

La Figure 4.2 est identique à la Figure 4.1. La seule différence est la profondeur du modèle qui est de 40 millimètres alors qu'elle n'est que de 20 millimètres sur figure précédente. On remarque immédiatement la perte de résolution de la méthode lorsque la profondeur du modèle est trop grande. On admet en général qu'il est très difficile d'imager une structure dont la taille est inférieure à sa profondeur. Sur la Figure 4.2, il est quand même possible de distinguer les deux corps parallèles bien que ces derniers soient très mal représentés. Cette discrimination est possible uniquement à cause des conditions d'acquisitions idéales de la cuve. Sur le terrain, une telle anomalie serait fortement perturbée dans le bruit de fond.

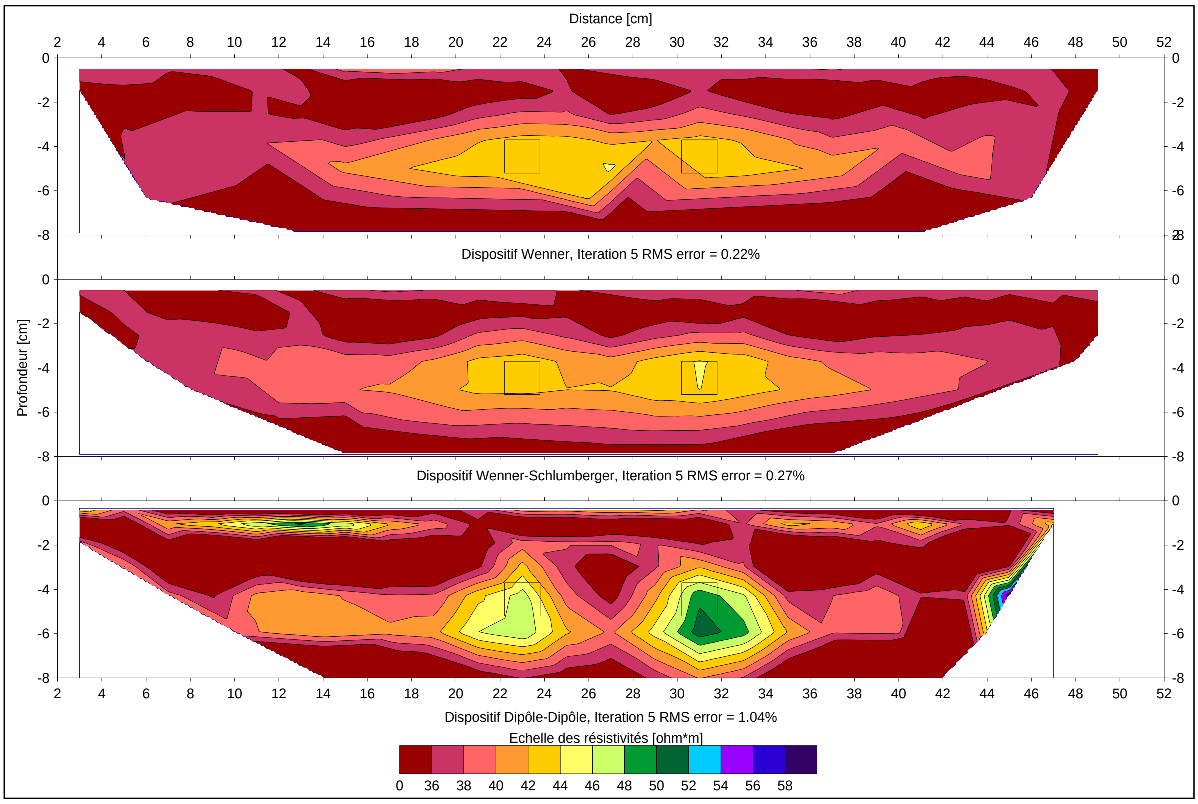


Figure 4.2
Comparaison entre un dispositif Wenner, Wenner-Schlumberger et Dipôle-dipôle (profondeur: 40 mm)

La Figure 4.3 illustre la limite de résolution horizontale d'un dispositif Dipôle-dipôle. Cette figure représente une acquisition effectuée sur deux corps parallèles de 16 millimètres éloignés de une, deux et trois fois leurs largeurs. La profondeur de ces derniers est de 20 millimètres. On constate immédiatement que si la distance séparant les deux structures est trop faible (Profil VI04), le logiciel d'inversion est incapable de discriminer les structures originelles.

Lorsque la distance séparant les deux corps en présence est égale à deux fois leur largeur, il devient aisé de les distinguer bien que les anomalies ne délimitent pas les dimensions de l'objet au mieux. Ce n'est qu'à partir de quatre fois la largeur du corps que les anomalies sont parfaitement décelables tant du point de vue qualitatif que quantitatif.

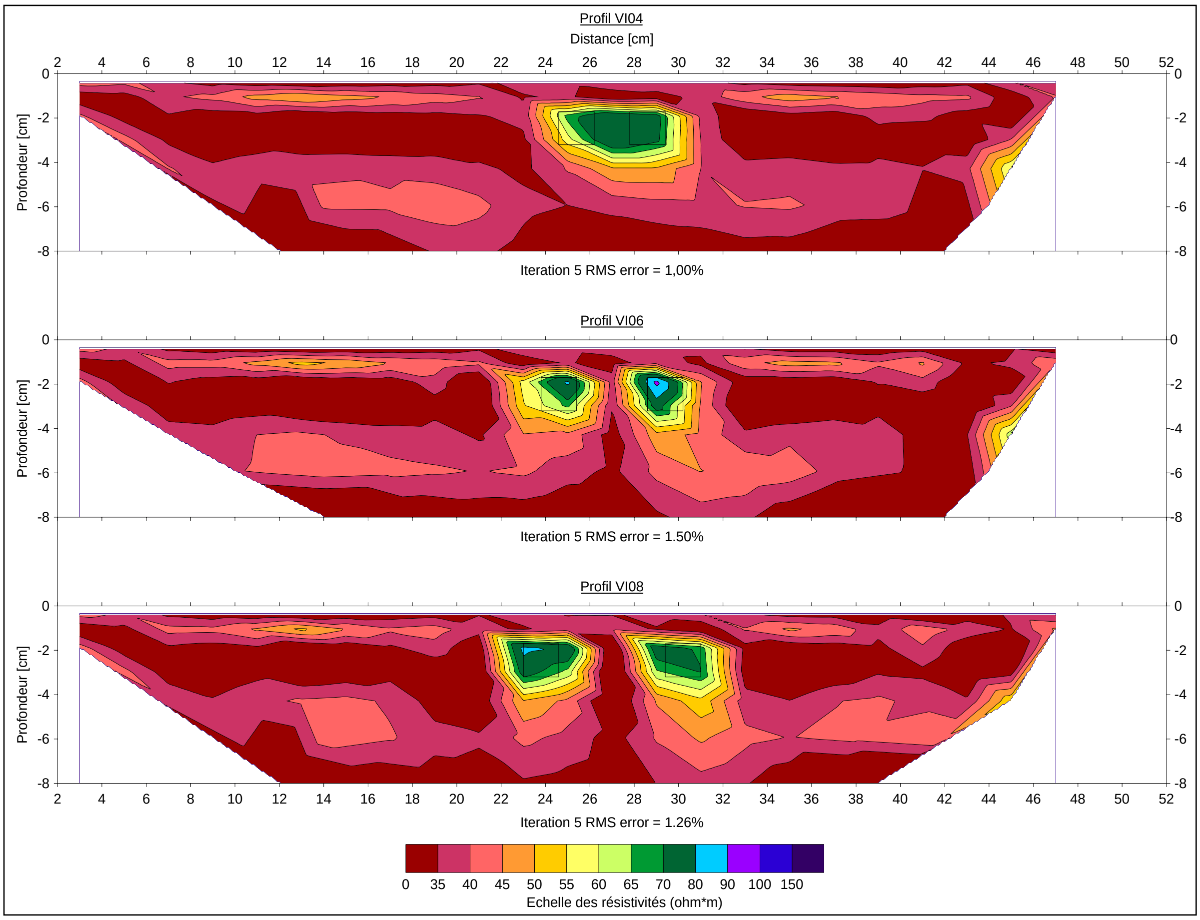


Figure 4.3
Résolution horizontale d'un dispositif Dipôle-dipôle

Les effets latéraux

L'influence des effets latéraux est un problème complexe. On effectue la plupart du temps des acquisitions sous la forme de profils. Ces derniers sont en deux dimensions mais ils représentent une réalité à trois dimensions.

Il est difficile de quantifier l'influence des variations latérales mais il est possible d'effectuer des profils perpendiculaires ou d'effectuer des acquisitions sur des structures perpendiculaires, afin d'émettre quelques hypothèse sur leurs influences. La Figure 4.4 représente un exemple d'une telle acquisition. Le détail des différents emplacements des structures ainsi que des profils est donné par la Figure 4.5.

On constate immédiatement que les deux structures perpendiculaires au profil provoquent une très forte anomalie. A l'inverse, une structure résistante située à l'aplomb du profil ne montre qu'une légère hausse de résistivité. Cette constatation est intéressante car elle prouve qu'une structure résistante parallèle à un profil n'a quasiment aucune influence sur les mesures alors que perpendiculairement, son influence est maximale. C'est à cause de ce phénomène qu'il est primordial, avant toutes acquisitions sur le terrain, d'effectuer une carte de traîné afin d'implanter judicieusement les profils.

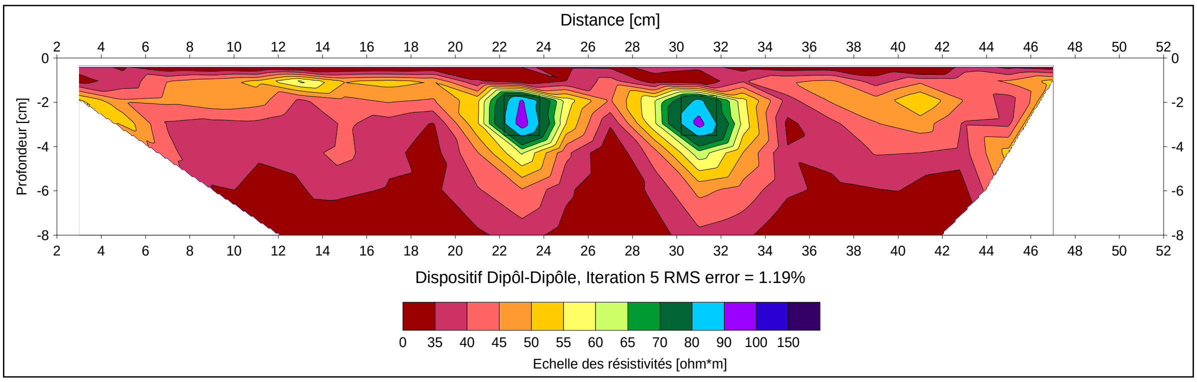


Figure 4.4
Profil P13/16 (voir Figure 29) montrant une légère hausse de résistivité due au passage d'une structure résistante parallèle au profil.

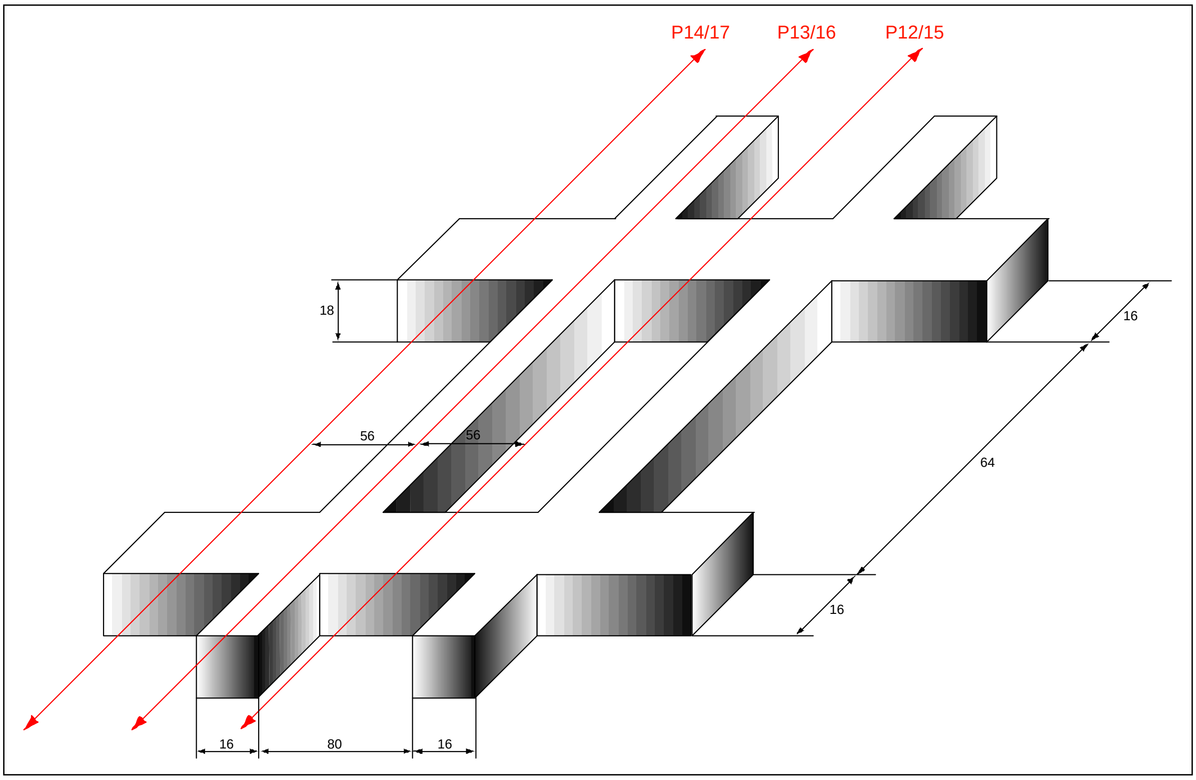


Figure 4.5
Représentation du profil P13/16 qui permet de se rendre compte des effets latéraux

4.1.2 Exemples de terrain

La tomographie électrique par courant continu possède de nombreux avantages par rapport aux autres méthodes (sensibilité moindre au bruit, faible coût de traitement, résultats rapides). Les exemples suivants vous donnent un aperçu des applications possibles, la liste n'étant pas exhaustive.

Application à la géologie et à l'hydrogéologie

La coupe de la Figure 4.6 est tirée d'une étude effectuée dans la région de Fribourg. Le but de cette étude était de déterminer la géométrie complexe des anciens tracés des différents cours d'eau ayant entaillés la molasse. Les données géologiques et géophysiques y sont quasiment inexistantes. Cette région est relativement bruitée du point de vue électrique avec la présence d'une voie ferrée, d'une autoroute et d'industries. Il va sans dire qu'une telle étude

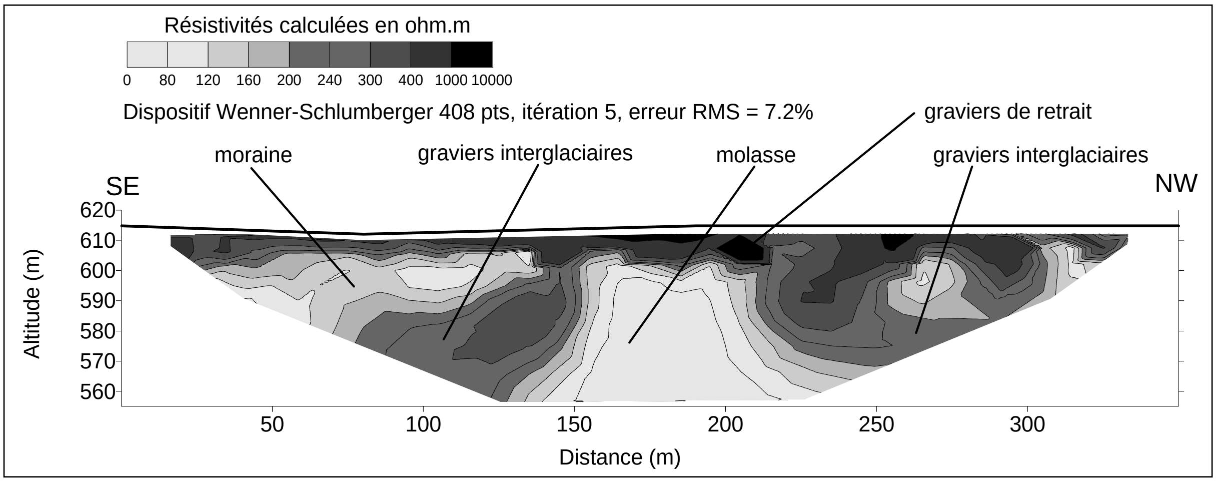


Figure 4.6
Applications géologiques: étude de la stratigraphie du quaternaire et de la paléogéographie de la région de Matran (Fribourg). Source IGL.

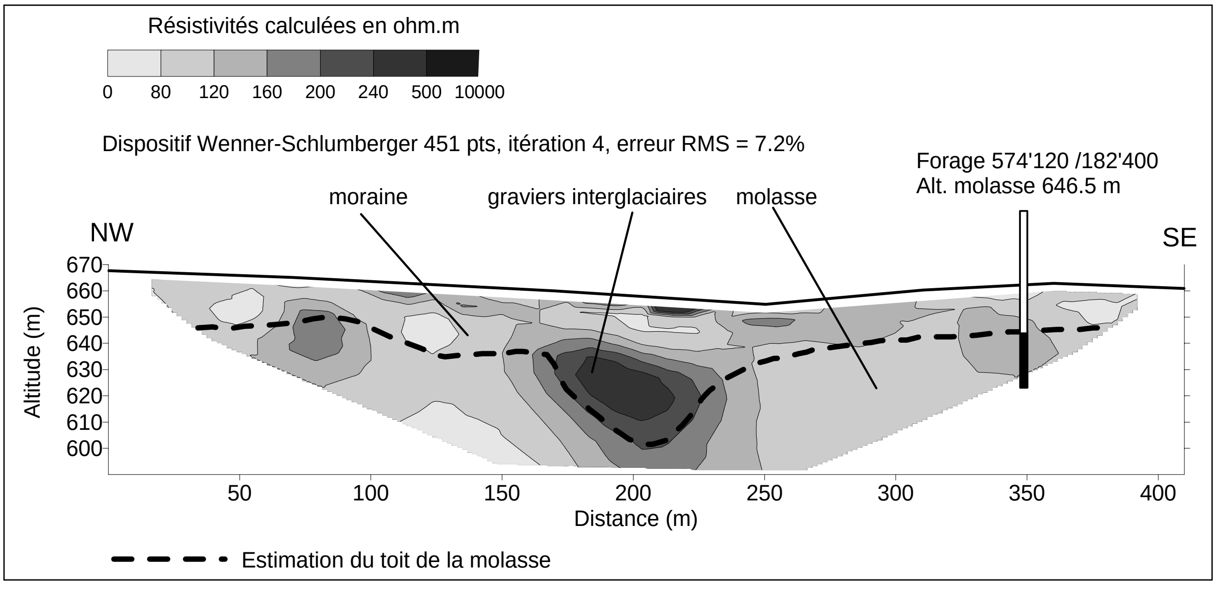


Figure 4.7
Application hydrogéologique: localisation d'un aquifère potentiel. Source IGL.

doit être menée en parallèle avec d'autres méthodes géophysiques (afin de réduire les ambiguïtés) et qu'un traîner électrique préliminaire est indispensable (positionnement des dispositifs). L'acquisition s'est effectuée avec un dispositif Wenner-Schlumberger de 36 électrodes, distantes de 10 m et avec un fichier ayant une forte densité de points. Après inversion, on distingue bien le substratum molassique constitué de grès burdigalien (env. 100 ohm.m) et la présence de corps résistants (plus de 400 ohm.m) pouvant être assimilés à d'anciens cours interglaciaires remplis de graviers. Le géologue peut donc en tirer des informations stratigraphiques et paléogéographiques.

La Figure 4.7 nous montre l'utilité de cette méthode lors de la localisation d'un aquifère potentiel. Ce petit canyon taillé dans la molasse burdigalienne de la région de Fribourg est remplis de graviers résistants (> 200 ohm.m). Ce chenal se marque en surface par une légère dépression topographique. Le forage situé effectué au point 350 est improductif. Il aurait fallu le positionner au point 200. Ce forage nous montre toutefois qu'il existe une couche de moraine en surface qui possède la même résistivité que la molasse. Ces deux formations ne peuvent être distinguées sur ce profil (on sait toutefois que le conducteur au dessus du petit canyon est plus récent que l'interglaciaire).

Applications géotechniques

La Figure 4.8 est un profil effectué dans la région de Verbier (Valais). Cette région est traversée par un épisode de gypse en position subvertical. La dissolution de ce gypse

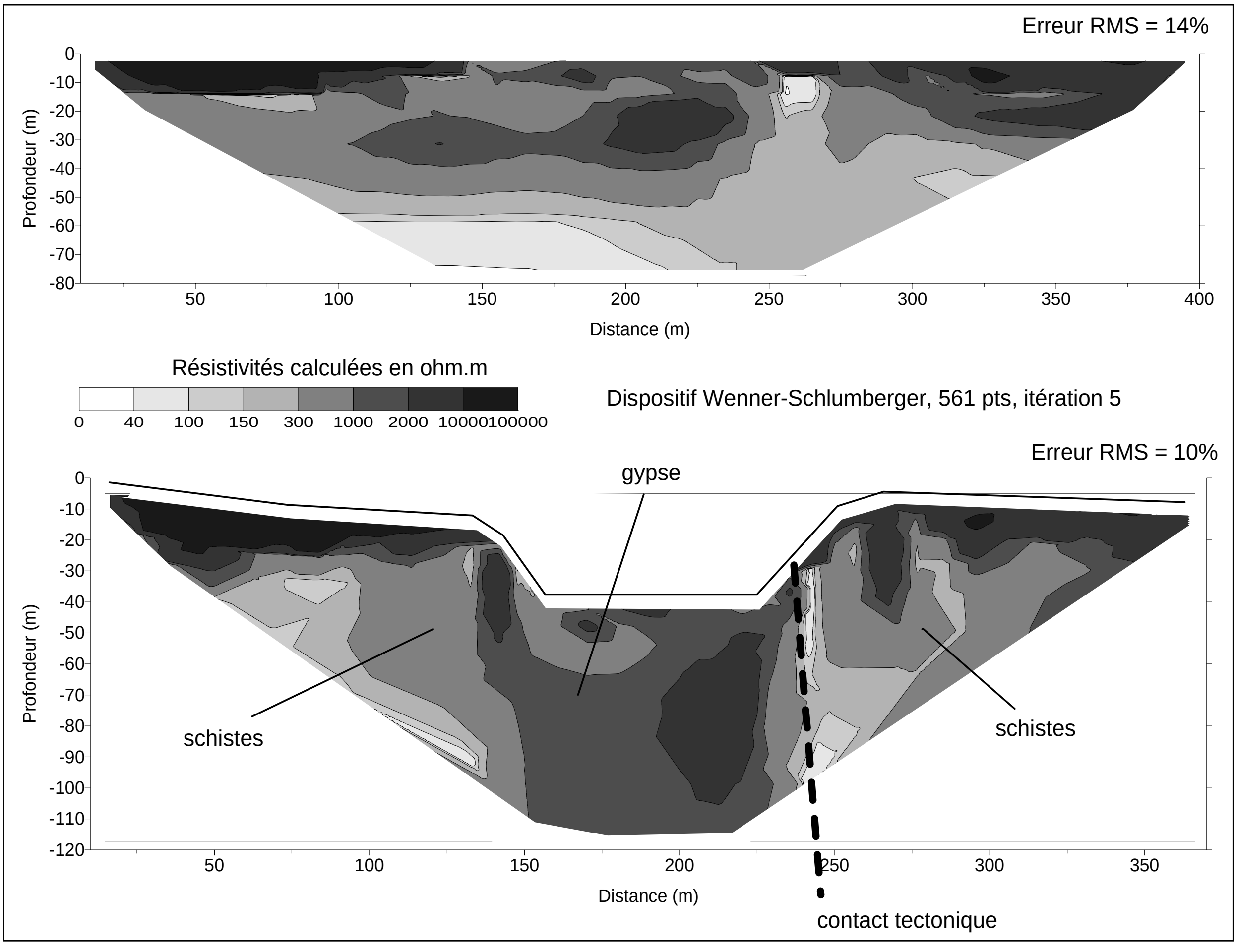


Figure 4.8
Application géotechnique: localisation d'un niveau de gypse créant des effondrements dans la région de Verbier (Valais). Source IGL.

provoque la formation de dolines qui peuvent mettre en péril les constructions du village. Il est donc nécessaire de repérer ce type de formation. Cette figure nous montre tout d'abord l'importance de la correction topographique en tomographie. Sans correction topographique (Figure 4.8 en haut), le profil n'est pas interprétable. Sur le profil avec correction topographique (Figure 4.8 en bas), on distingue clairement le gypse résistant (> 1000 ohm.m) parmi les schistes de la zone houillère plus conducteur (entre 100 et 300 ohm.m). Le contact tectonique entre les deux formations peut également être mis en évidence sous la forme d'une zone très conductrice (< 100 ohm.m) de part la forte circulation d'eau dans le matériel broyé.

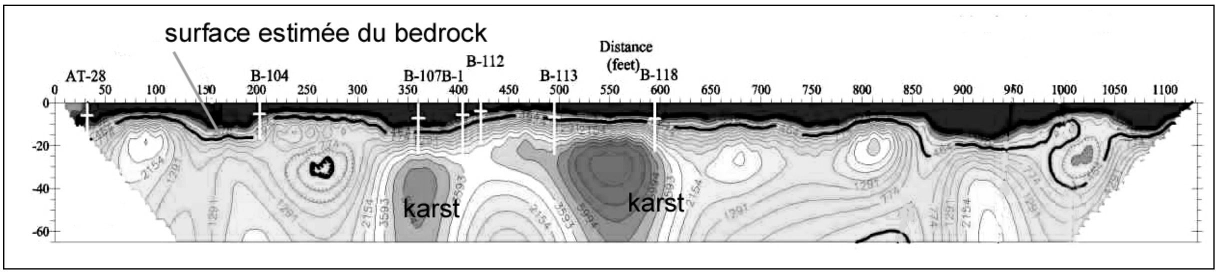


Figure 4.9
Application géotechnique: détection de cavités en milieu karstique. Source Schnabel Engineering, USA

Lors de la construction d'un tunnel, il est indispensable d'éviter les cavités. La méthode électrique s'applique bien dans ce cas. La Figure 4.9 nous montre un profil en milieu karstique où la présence de cavités se marque bien (> 10000 ohm.m) par rapport au calcaire environnant (env. 2000 ohm.m). La toit du calcaire peut également être déterminé, la tomographie permettant l'extension des données obtenues par forage ("B" sur la figure) le long du profil.

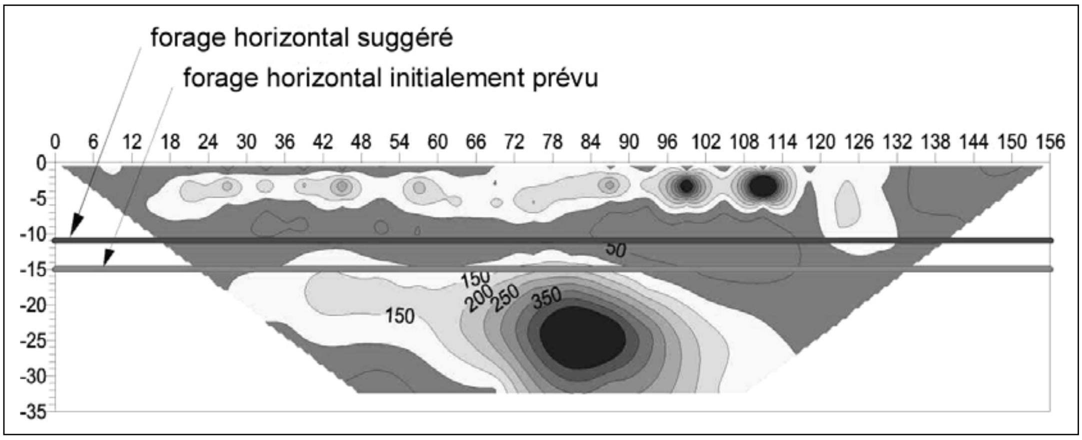


Figure 4.10
Application géotechnique: détermination du tracé d'un forage horizontal en milieu à risque (présence de graviers). Source NK3, Japon.

La Figure 4.10 nous montre le même type d'application (ici un projet de forage horizontal pour le passage de conduites de tailles importantes) dans le cas de zones remplies de gravier (>250 ohm.m). Il est ici nécessaire de modifier le tracé du forage horizontal afin d'éviter ces zones.

L'étude des glissements de terrain est également possible par cette méthode. La Figure 4.11 fait partie d'une étude sur le glissement des Peillettes en Valais. Le glissement est bien connu à l'E du profil (glissement rapide). La tomographie nous permet d'avoir une vue plus précise de l'étendue de ce glissement plus à l'W (résistivités inférieures à 200 ohm.m). Cette partie du glissement encore peu active est mal visible en surface pour le géologue mais se marque bien en géoélectricité. Le matériel formant le glissement possède une résistivité inférieure à 400 ohm.m alors que le substratum est supérieur à 600 ohm.m.

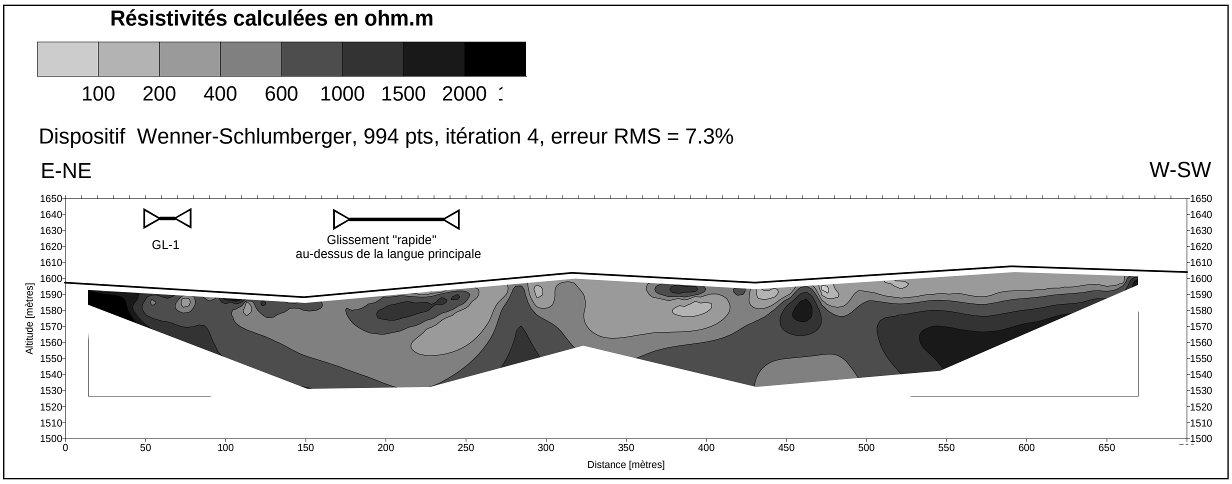


Figure 4.11
Application géotechnique: étude des glissements de terrain dans les Alpes (Valais). Source IGL.

Il est également possible d'effectuer des tomographies électriques sur le fond des lacs et des rivières. Remarquons que le logiciel d'inversion tient compte de la couche d'eau (épaisseur, résistivité) située au-dessus du profil. La Figure 4.12 nous montre le résultat d'une acquisition en mer. L'état de Floride a décidé de construire un tunnel entre le continent et Fisher Island. Un profil fut exécuté afin de mieux connaître la géologie du fond marin et éviter certains problèmes (cavités, failles). Le dispositif comporte 28 électrodes étanches espacées de 6 m et posées sur le fond. Le résistivimétre se trouve sur la plage. Malgré la faible résistivité de l'eau de mer (env. 0.025 ohm.m) et donc des mesures de potentiel très faibles (au

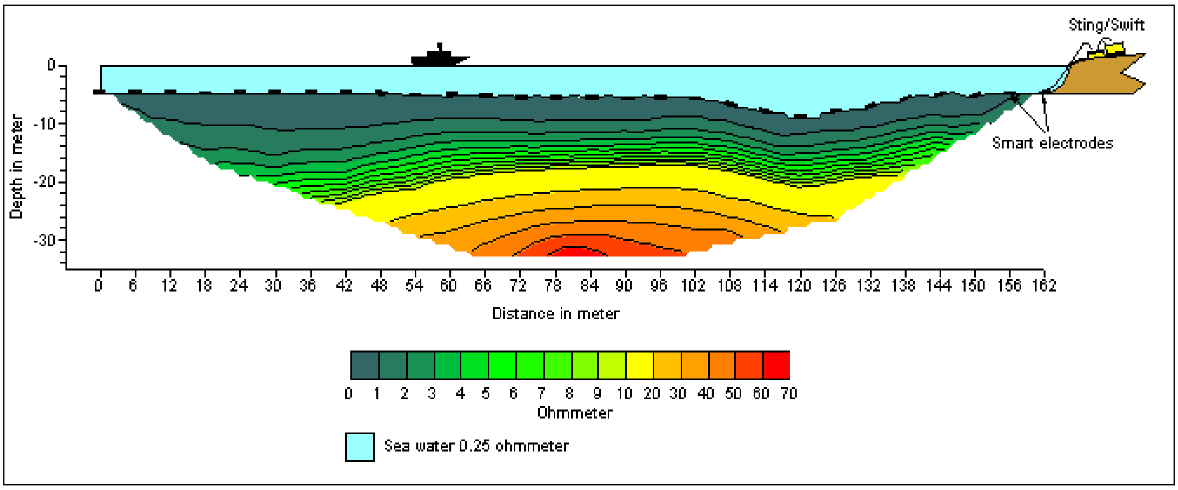


Figure 4.12
Application géotechnique: étude du fond marin en Floride dans le but de construire un tunnel. Source AGI, USA.

alentours de 4 mV), un profil fiable fut exécuté. Le résultat montre la présence de grès, d'argiles et de sable sans accident tectonique majeur.

Nous avons construit à l'IGL un câble pouvant effectuer des mesures jusqu'à environ 100 m de profondeur. Ce câble fut testé au large de Lausanne (profondeur du lac env. 40 m, résistivité de l'eau env. 35 ohm.m) dans le cadre du prolongement des conduites de la STEP de Vidy. Ce câble possède 28 électrodes espacées de 10 m. Le résistivimètre est ici sur un bateau, le positionnement s'effectuant à l'aide d'un système GPS différentiel. Le profil inversé (Figure 4.13) montre clairement la présence de sable et d'argiles (parfois en suspension sur le fond) ainsi que la présence possible d'un chenal graveleux ou sableux plus résistant. Ce type de résultat peut être utile pour l'ingénieur désirant ancrer la conduite sur le fond, après avoir calé le profil sur une série de mesures au pénétromètre par exemple.

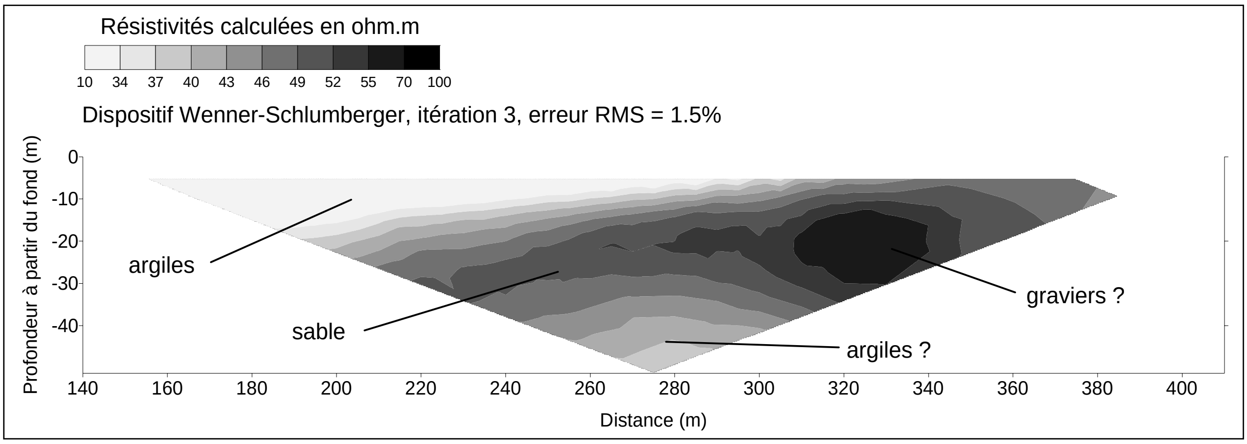


Figure 4.13
Application géotechnique: étude du fond du lac Léman dans le but de prolonger des conduites. Source IGL.

Applications environnementales

Le paramètre résistivité est principalement influencé par la nature de l'eau d'imbibition d'une roche. Il est donc logique que les méthodes électriques soient présentes dans la plupart des études environnementales. On peut rappeler ici que les polluants peuvent être soit conducteurs (< 5 ohm.m pour un jus de décharge) soit infiniment résistants (hydrocarbures).

L'exemple de la Figure 4.14 est une étude destinée à localiser l'extension en profondeur d'une ancienne décharge aux USA. On peut clairement remarquer que le remplissage de la décharge se marque très bien en résistivité (il est ici résistant, ce sont des déchets domestiques: gravats, poubelles etc.).

Il est également possible d'étudier l'extension ou le mouvement de polluants dans le sous-sol en effectuant par exemple une série de profils espacés dans le temps. La Figure 4.15 schématise une décharge où est installé un système de surveillance basé sur l'étude de la résistivité du sol à l'aplomb du site. Le matériel stocké dans les décharges (et spécialement les résidus industriels) sont isolés du sous-sol par un système de couches de sable et de bentonite ainsi que par une membrane imperméable (en HDPE). Il peut toutefois arriver que cette géomembrane soit endommagée et que le jus de décharge contamine la nappe phréatique. Un système d'électrodes posées selon une grille permet de déceler la présence d'un polluant et d'étudier son évolution dans le sous-sol. Des acquisitions peuvent être effectuées automatiquement toutes les heures, tous les jours ou tous les mois par exemple. Ce type de résultat permet entre autre de donner l'alerte et de mieux cibler les opérations de récupération du polluant.

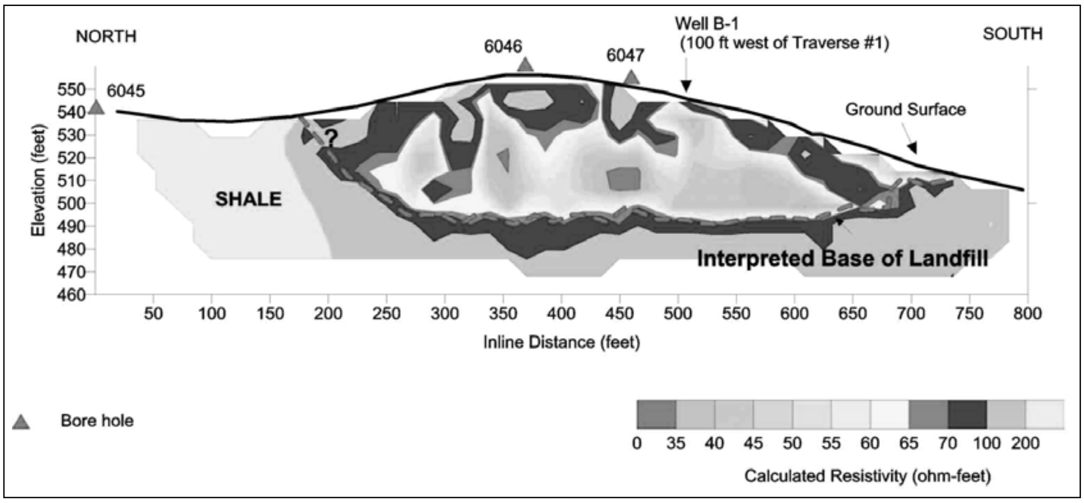


Figure 4.14
Application environnementale: étude de décharge. Source SAIC Geophysical Services, USA.

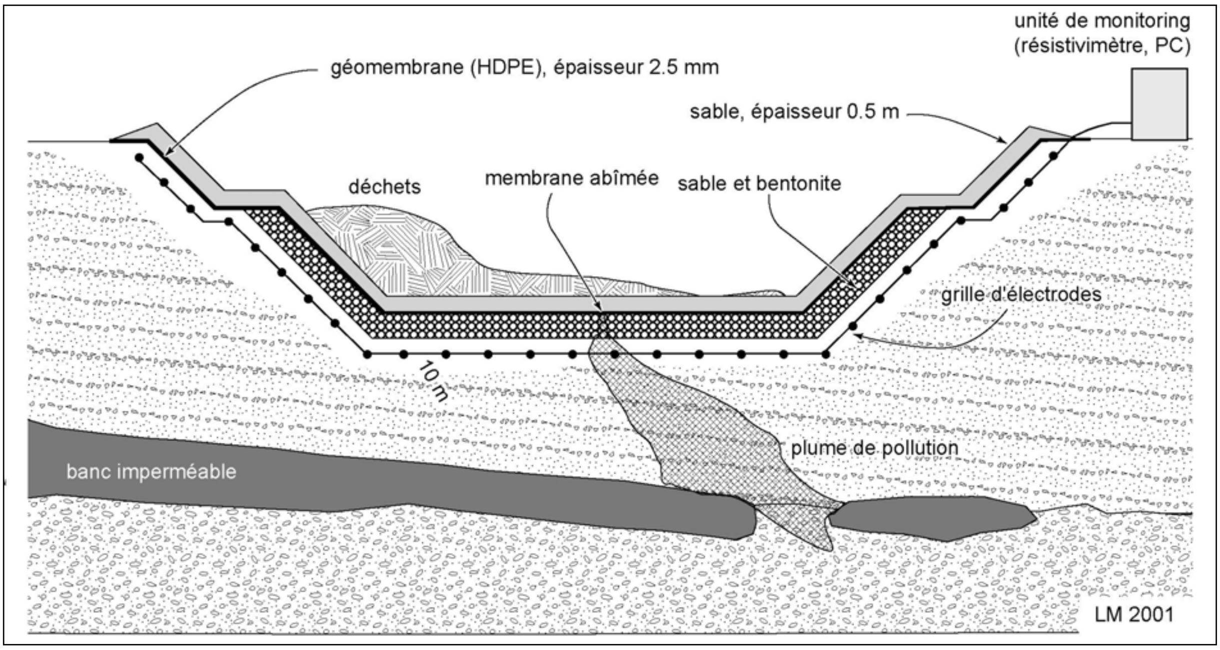


Figure 4.15
Application environnementale: système automatique de surveillance de décharge par tomographie électrique.

Applications archéologiques

En archéologie, la tomographie électrique permet d'avoir des informations sur la localisation de vestiges (murs, dalles) ce qui permet de limiter les coûts d'excavation et de mieux connaître les sites étudiés. L'exemple de la Figure 4.16 est tiré d'une étude sur le site gallo-romain d'Yvonand vers Yverdon. Les acquisitions ont été effectuées afin de localiser différentes parties d'une villa romaine. L'interélectrode est de 1 m. Le profil du bas nous montre la présence de murs résistants (entre 280 ohm.m et 900 ohm.m suivant leur état) posés sur la molasse. Ce profil permet également de localiser les matériaux provenant de la destruction des murs et des toits (résistivités entre 190 et 280 ohm.m) ce qui est très intéressant pour les archéologues. Le profil du haut nous montre une dépression dans la molasse qui pourrait correspondre à un ancien chenal d'accès creusé par les romains entre la villa et le lac. Cet exemple nous montre l'utilité de ce type de résultats lorsque l'on désire reconstituer l'histoire d'un site ou simplement le fouiller.

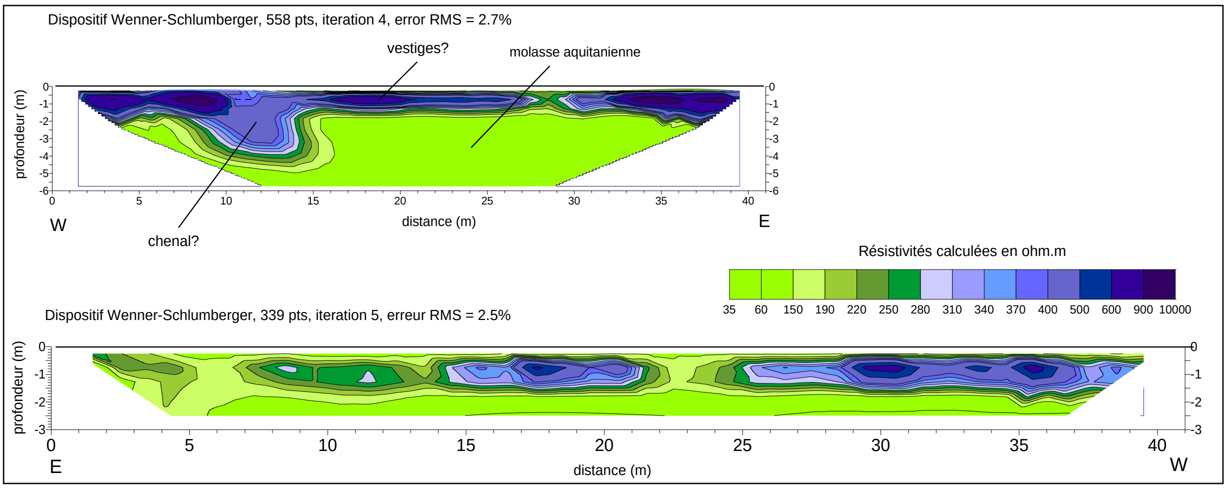


Figure 4.16
Application archéologique: étude d'une villa gallo-romaine (site d'Yvonand, Vaud). Source IGL.

La Figure 4.17 nous montre le résultat d'une inversion 3D obtenue à partir de profils 2D perpendiculaires. Le processus d'inversion 3D (Res3Dinv) est ici le même, les blocs étant en trois dimensions. Ces acquisitions ont été effectuées sur le site gallo-romain d'Orbe (Vaud) à l'emplacement supposé d'un bâtiment. Le résultat est présenté sous la forme de couches horizontales (depth slices). Les premières couches nous montrent la présence de murs entre 0.35 m et 1.22 m de profondeur. On peut également noter la perte de résolution avec la profondeur. A partir de 3 m apparaissent clairement deux zones de résistivités différentes ce qui laisse penser que cette villa est construite en partie sur la molasse chattienne (< 40 ohm.m) et en partie sur un remblai de l'époque qu'il est peut-être intéressant de fouiller (> 200 ohm.m).

Des résultats intéressants ont été également obtenus dans nos régions sur des tumulus celtes et des voies romaines. Cette méthode s'applique également bien lors de l'étude de cavités (sites préhistoriques, tombes, etc …).

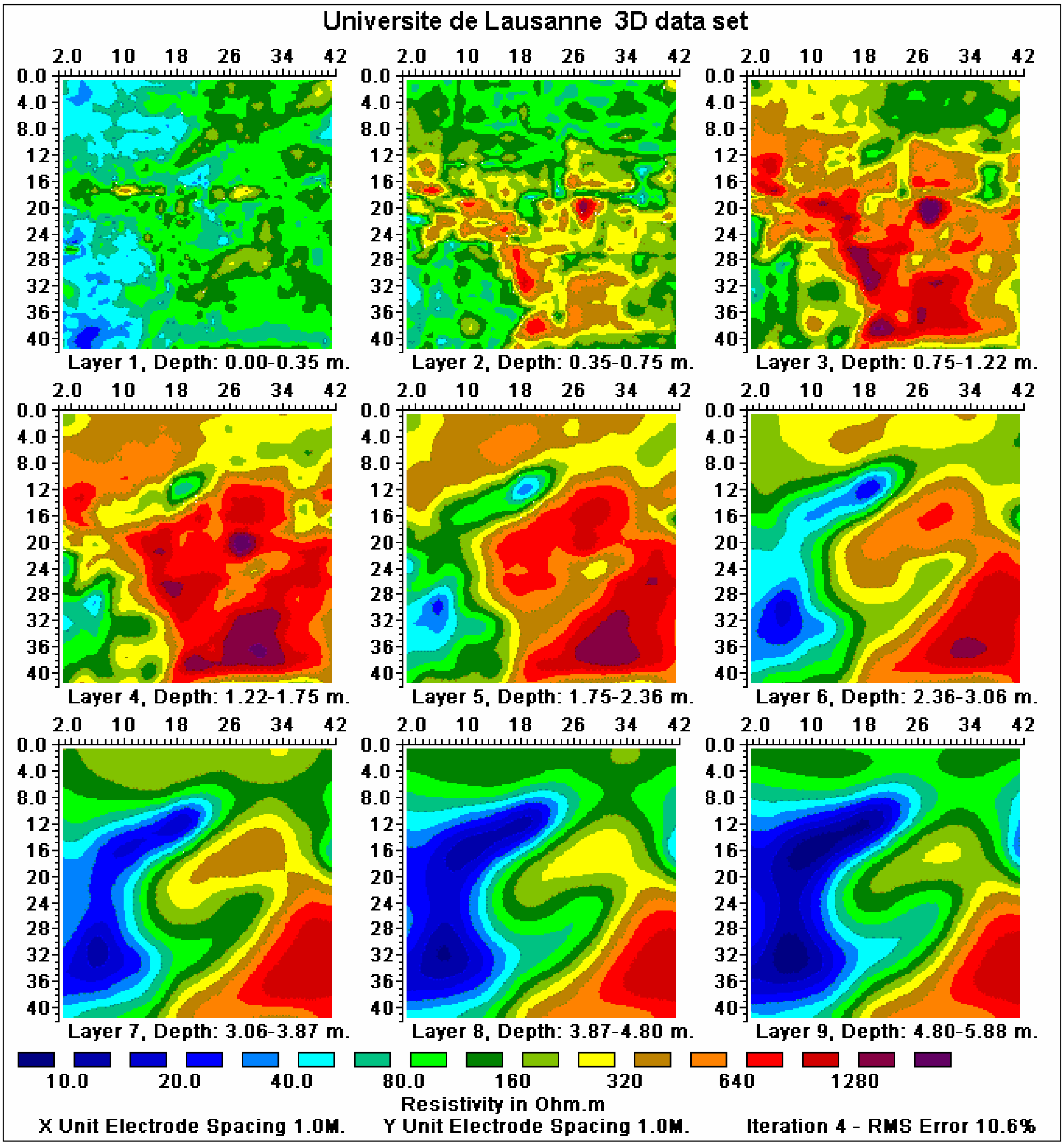


Figure 4.17

Application archéologique: niveaux horizontaux d'un modèle en 3D obtenu sur une villa gallo-romaine (site d'Orbe). Source IGL.

Tomographie en forage

Il est possible d'effectuer des tomographies électriques en forage, entre deux forages ou entre la surface et un forage. Ce type d'étude est très utile en hydrogéologie et en génie civil car il permet d'étendre la très bonne connaissance de la lithologie obtenue par carottes ou diagraphies à l'environnement du forage. Ce dernier donne en effet des informations trop ponctuelles.

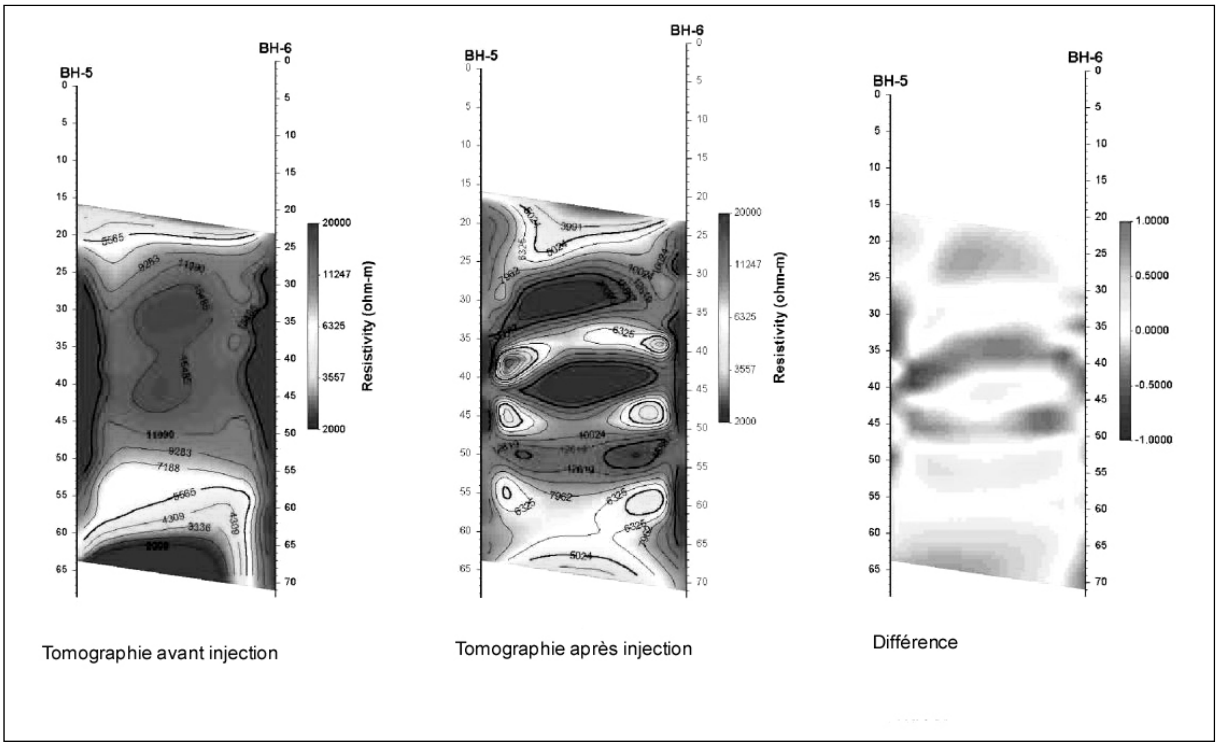


Figure 4.18
Tomographie entre forages: détection de fractures en génie civil. Source Hyundai Inst. of Technology, Japon.

L'exemple (Figure 4.18) proposé ici est une tomographie entre deux forages (profondeur env. 70 m) dans le but d'étudier les connexions éventuelles des fractures détectées dans les forages. Ces forages sont bien entendu remplis d'eau (mesures effectuées sous le niveau de la nappe phréatique). Une partie des électrodes se trouvent dans le forage 5, l'autre dans le forage 6. Les mesures se font en Pôle-pôle. Une tomographie est acquise au début de l'opération (Figure 4.18 à gauche). Un sel est alors injecté dans un des forages et se répand dans les fractures. Une seconde tomographie est alors mesurée (Figure 4.18 au milieu), montrant les zones en connexion. Ces zones sont d'avantage mises en évidence en calculant le pourcentage de différence entre les deux tomographies (Figure 4.18 à droite).

Des mesures entre le forage et la surface peuvent aussi être effectuées. Ces mesures ne sont pas évidentes à mettre en œuvre, de par la perte rapide de résolution. Des informations à ce sujet peuvent être trouvées en Annexe :

Comparaison entre tomographie et sondage électrique

Cet exemple (Figure 4.19) compare une tomographie à un sondage électrique (Figure 4.20) effectués au même endroit dans la région d'Unteriberg (Schwytz). Ces deux dispositifs sont orientés selon la même direction. On distingue clairement sur la tomographie inversée et

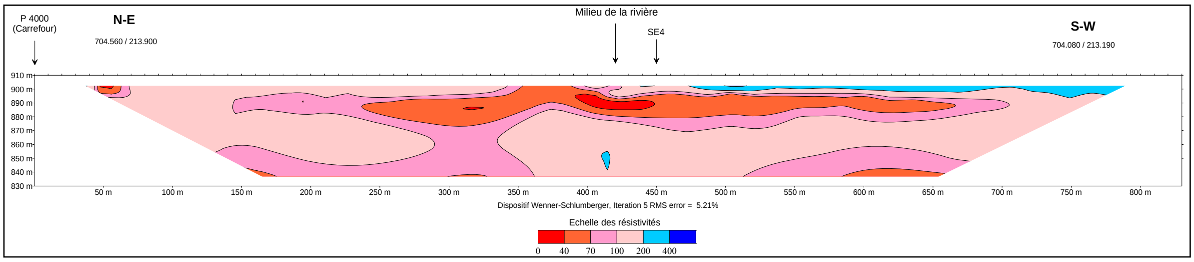


Figure 4.19
Profil effectué dans la région de Schwytz lors de la recherche d'un aquifère. Source IGL.

à l'aplomb du sondage électrique une couche de résistant en surface, puis un corps plus conducteur (40-70 ohm.m) et finalement un niveau à 100-200 ohm.m jusqu'à la cote d'altitude 830 m. Si le sondage électrique nous fournit les mêmes informations de surface, il n'en est pas de même en profondeur. Le modèle obtenu par tomographie ignore en effet l'influence du corps conducteur à la base du profil. Cet exemple illustre donc bien la perte de résolution de cette méthode en fonction de la profondeur. En effet, elle n'arrive pas à imager la structure et à en trouver la vraie résistivité (moins de points en profondeur, taille des blocs importante). On constate alors qu'un sondage est ici plus qu'indispensable afin de donner une interprétation judicieuse des résultats ainsi qu'une vraie profondeur au modèle.

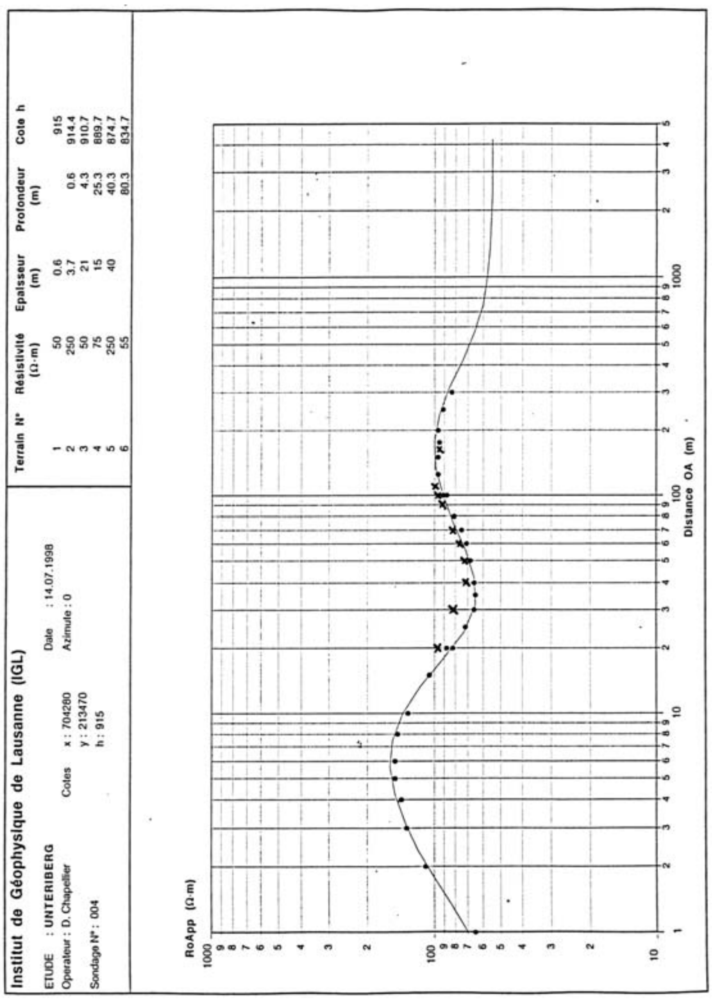


Figure 4.20
Sondage électrique SE4 effectué à l'emplacement situé sur la Figure 3.45. Les croix représentent les données de résistivités apparentes prises à l'aplomb du sondage sur la pseudo-section, Source IGL.

Pédologie

L'imagerie électrique peut être également utilisée pour étudier les propriétés des sols cultivés, l'effet des plantes sur la saturation en eau ou pour d'autres mesures de très proche surface (moins d'un mètre de profondeur). Lorsque le terrain le permet (en absence de forêt ou d'autres obstacles), des dispositifs mobiles peuvent être mis en œuvre. Ces dispositifs sont tractés à la main ou à l'arrière d'un véhicule et permettent d'effectuer un grand nombre de mesures en très peu de temps (les mesures sont espacées de quelques centimètres seulement). Une excellente résolution en 3D peut ainsi être obtenue. Les roues des véhicules utilisés jouent le rôle d'électrodes et en utilisant plusieurs essieux espacés d'une certaine distance, plusieurs longueurs de ligne peuvent être mesurées simultanément (dipôle-dipôle).

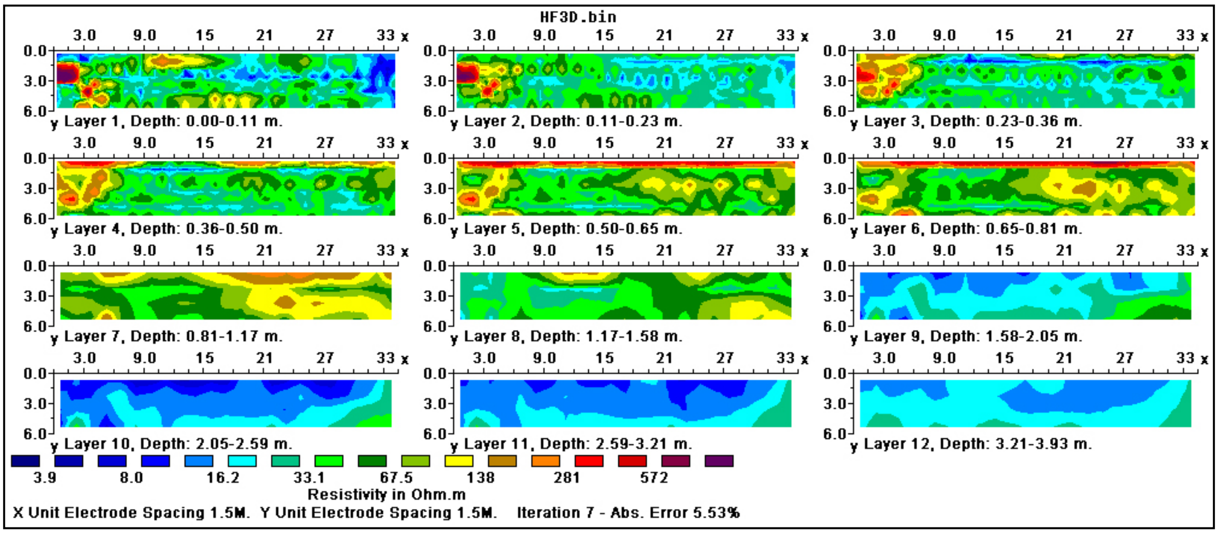


Figure 4.21
Tomographie 3D à la Halle Fosse (EPFL) à partir de dispositifs dipôle-dipôles fixes, Source IGL.

Lorsque le terrain ne le permet pas, ou lorsque la topographie est trop forte, des dispositifs fixes sont utilisés pour une couverture 3D. La Figure 4.21 présente l'inversion de mesures 3D sur le site de l'EPFL. On distingue bien la présence des racines des arbres à gauche ainsi que la présence d'un sol hétérogène en surface. Le niveau de la nappe est bien imagé à environ 1.6 m de profondeur.

Monitoring

Les mesures électriques peuvent être mises en œuvre pour des études dans le temps (monitoring). En comparant différentes acquisitions faites au même endroit mais espacées dans le temps, l'évolution d'un phénomène (infiltration d'eau, niveau d'une nappe d'eau salée, migration d'un polluant par exemple) peut être suivit. Des algorithmes d'inversion spéciaux peuvent être utilisés dans ce cas.

Tomographie en polarisation provoquée.

Les mesures de polarisation provoquée en domaine temps peuvent également être effectuées en utilisant le même appareillage que pour la mesure de la résistivité. Le paramètre mesuré est une chargeabilité apparente, dont la valeur varie suivant le temps d'intégration utilisé. Ces deux types de données sont ensuite inversés conjointement pour fournir un modèle

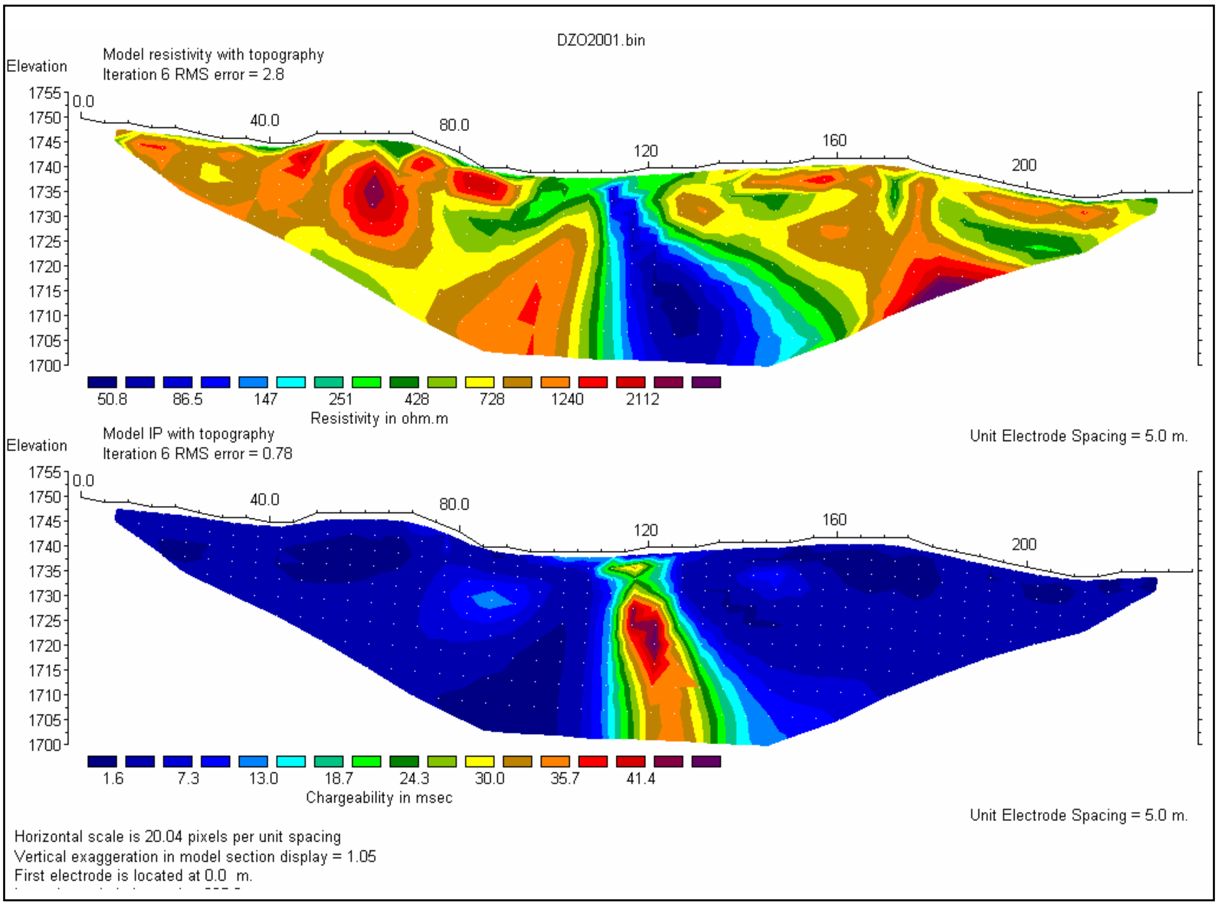


Figure 4.22
Tomographie en résistivité et polarisation provoquée, Source IGL.

en résistivités calculées et un modèle en chargeabilités calculées, ces deux paramètres étant très proches des propriétés vraies du sous-sol. L'exemple de la Figure 4.22 présente l'image d'un plan de chevauchement majeur dans la région d'Isérables (Valais). On remarque que le plan de chevauchement (très riche en graphite et pyrite) ressort de manière très nette sur la coupe de chargeabilité. Il apparaît également sur la coupe de resistivité. En général, la chargeabilité est un paramètre plus discriminant que le résistivité : soit un corps présente un fort signal P.P. soit il n'en présente pas. Par contre, toute roche a une résistivité qui lui est propre.

Dispositifs non-conventionnels.

Pour des applications non-conventionnelles, des dispositifs très particuliers peuvent être utilisés. La Figure 4.23 illustre quelques idées pour des mesures en tunnel par exemple. On notera que ce type de mesure nécessite des moyens de traitement particuliers. Comme des géométries de dispositifs relativement complexes sont mis en œuvre, mélangeant des électrodes sous terre et à la surface, ainsi que de grosses structures remplies d'air (tunnel par

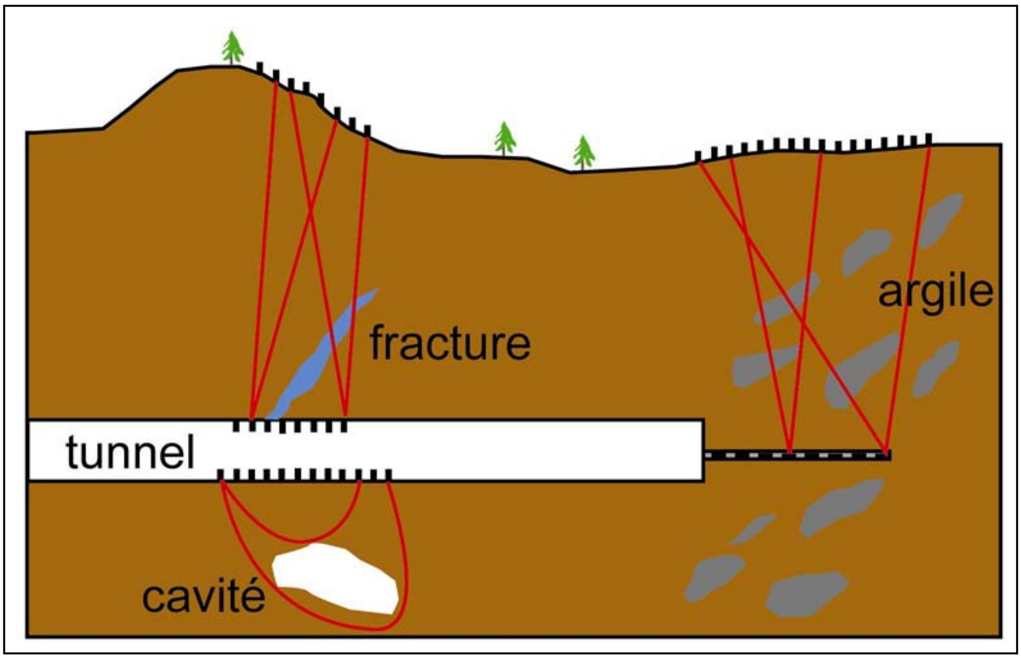


Figure 4.23
Exemple de mesures non conventionnelles.

exemple), des méthodes de modélisation par éléments finis doivent être utilisées. On peut se rendre compte de cela en imaginant des mesures sur le sol d'un tunnel : dans ce cas, le facteur géométrique est très différent de celui utilisé en surface car nous ne sommes plus en présence d'un demi-espace.

Quelques autres applications

Il existe encore de nombreuses applications que l'on pourrait citer ici. La tomographie électrique est couramment utilisée lors de la recherche de matières premières (sable, gravier, minerais), lors de l'étude de glaciers rocheux, en génie civil afin de contrôler la stabilité des sols lors de l'élaboration des fondations d'un bâtiment par exemple ou encore lors du contrôle de l'état de digues. Cette méthode est également utilisée lorsque l'on désire connaître avec précision la position de l'interface eau douce - eau salée dans les régions côtières. De bons résultats ont même été obtenus sur des voûtes et piliers d'église (l'objectif était l'étude de l'état de ces constructions médiévales). Le lecteur peut donc voir que le domaine d'application de cette méthode est virtuellement sans limite et se diversifie très rapidement. Il trouvera de nombreux autres exemples appliqués dans les journaux et publications consacrés à la géophysique (comme par exemple les actes des congrès de l'Environmental and Engineering Geophysical Society, SAGEEP).

Bibliographie sommaire

Archie, G.E., 1942. The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics. – Journal of Petroleum Technology, vol 5.

Chapellier, D., 1980. De l'importance des cartes de résistivité. - Eclogae geol. Helv. Vol. 74/3, pp 651-660.

Barker, R, D., 1981. Offset system of electrical resistivity sounding and its use with a multicore cable. Geophysical Prospecting 29 (1), pp 128-143.

Dahlin, T, 1993. On the Automation of 2D Resistivity Surveying for Engineering and Environmental Applications. Thesis Dept. Of Engineering Geology, Lund University.

Dahlin, T., Loke, M.H., 1997. Quasi-3D Resistivity Imaging - Mapping of three dimensional structures using two dimensional DC Resistivity techniques, Environmental & Engineering Geophysical Society, 3rd Meeting.

Edwards, L.S., 1977. A modified Pseudosection for Resistivity and IP. Geophysics, 42: pp 1020-1036.

Fox, R. C., Hohmann, G. W., Killpack, T. J., and Rijo, L., 1980. Topographic effects in resistivity and induced polarization surveys. Geophysics 45, pp 75-93.

Keller, G.V., Frischknecht, F.C., 1982. Electrical Methods in Geophysical Prospecting. – Pergamon Press, Oxford.

Kunetz, G., 1966. Principles of Direct Current Resistivity Prospecting. Gebrüder Bornträger, Berlin

Loke, M.H., 1995, 1996. Res2Dmod ver 2.20a, 2D Resistivity Forward Modelling, Malaysia.

Loke, M.H., 1997. Res2Dinv ver 3.30b, Rapid 2D Resistivity & IP Inversion, Malaysia.

Loke, M.H., 1997. Res3Dinv, Rapid 3D Resistivity & IP Inversion using the left-square method, Malaysia.

Loke, M.H., Barker, R.D., 1996a. Rapid left-squares inversion of apparent resistivity pseudosection by a quasi-Newton method. Geophysical Prospecting 44, n°1: pp 131-152.

Maillet, R., 1947 : The Fundamental Equations of Electrical Prospecting. - Geophysics 12, pp 529-556.

Marescot, L., 2003, Un algorithme d'inversion par moindres carrés pondérés : application aux données géophysiques par méthode électromagnétique en domaine fréquence. Bull. Soc. Vaud. Sc. Nat., 88.3 : 277-300.

Marescot, L., Liaci, S. & Chapellier, D., 2003, Etude géoélectrique des cours d'eau interglaciaires à l'Ouest de la ville de Fribourg (Suisse). Eclogae geol. Helv., 96, 261-273.

Marescot, L., Loke, M. H., Chapellier, D., Delaloye, R., Lambiel, C., Reynard, E., Assessing reliability of 2D resistivity imaging in mountain permafrost studies using the Depth Of Investigation index method. Near Surf. Geophys. 1, 57-67.

Noel, M. and Walker, R., 1990. Development of an electrical resistivity tomography system for imaging archeological structures. In : Pernicka, E. and Wagner, G.A. (eds), Archeometry '90. Birkhauser, Basel, pp 767-776.

Overmeeren, van, R.A. and Ritsema, I.L., 1988. Continuous vertical electrical sounding. First break, 6 (10), pp 313-324.

Quarteroni, A., Sacco, R., Salieri, F., 2000, Méthodes numériques pour le calcul scientifique, Springer Verlag, France, Paris.

Reynolds, J.M., 1997. An Introduction to Applied and Environnemental Geophysics, Wiley.

Roy, A., Apparao, A., 1971. Depth of investigation in direct current methods, Geophysics, 36, pp 943-959.

Sharma, P. V., 1997, Environmental and Engineering Geophysics, Cambridge University Press.

Telford, W.M., Geldart L.P., Sheriff R.E., 1990. Applied Geophysics, 2nd edition, Cambridge University Press.

Zhdanov, M.S., Keller, G.V., 1994. The Geoelectrical Methods in Geophysical Exploration – Elsevier Sciences B.V, Amsterdam, The Netherlands.

Zienkiewicz O.C., Taylor R. L., 2000, The Finite Element Method, Volume 1, The Basis (fifth edition), Butterworth-Heinemann.

Annexe 1 : Rappels sur la méthode des éléments finis (extrait)

The forward problem differential formulation

In a general forward problem, the electric potential field V is the solution of Poisson's equation. Considering σ, the conductivity of the medium Ω, the following equation holds at any point r in Ω:

$$-\nabla\cdot\left(\sigma\,\nabla V\right)=\sum_s I_s\;\delta(r-r_s) \qquad (7)$$

with δ a 3-D Dirac delta distribution, I_S the current intensity (in A) of each source, r_s the location of source S. The conductivity σ (S.m^{-1}) is the inverse of the resistivity ρ (Ω.m).

In addition, the following boundary conditions must be satisfied :

$$-\sigma\;\nabla V\cdot\mathbf{n}\;=\;J_n \qquad \text{on } \Gamma_N \text{ the Neumann's boundary} \qquad (8)$$

$$V\;=V^* \qquad \text{on } \Gamma_D \text{ the Dirichlet's boundary} \qquad (9)$$

where V^* and J_n are functions giving the imposed values respectively of the potential and the current density flux on these boundaries. Fig. 0.3 shows Neumann's and Dirichlet's boundaries for the configurations considered in this paper.

The weak formulation of equations

The finite element method applied to the resolution of the forward electric problem uses a weak form of Eq. (7). This integral formulation is obtained by the minimization of the potential energy Π given by:

$$\Pi=\int_\Omega\left(\sigma\;\nabla V\right)d\Omega+\sum_s I_s\;V(r_s) \qquad (10)$$

After a few algebraic manipulations, minimizing Π leads to:

$$\delta\Pi=\int_\Omega\sigma\;\nabla V\cdot\nabla\delta V\;d\Omega-\int_{\partial\Omega}\left(\sigma\cdot\mathbf{n}\right)\nabla\delta V\;dS+\sum_s I_s\;\delta V(r_s)=0 \qquad (11)$$

with δV the admissible variation of V and $\partial\Omega$ the boundary of Ω. The surface integral on $\partial\Omega$ allows one to take the boundary conditions into account. Among them, the Neumann's conditions, also called natural boundary conditions, are implicitly accounted for by using Eq. (8) in Eq. (11). Since δV=0 on Dirichlet's boundary, the integral formulation of the problem finally reads:

$$\int_\Omega\sigma\;\nabla V\cdot\nabla\delta V\;d\Omega+\int_{\Gamma_n}J_n\;\delta V\;d\Gamma=\sum_s I_s\;\delta V(r_s) \qquad (12)$$

For the configuration considered in this work, Γ_n is the interface between ground and air through which flux is equal to zero. Hence, J_n=0 and the surface integral on Γ_N vanishes. On the other hand, the external Dirichlet's boundary conditions are essential boundary conditions and must be taken into account explicitly. One notes that the decrease of the potential in an homogeneous half space is proportional to $1/r$. Hence V on Γ_D can be set to zero or to the value of the primary potential from the point source in an homogeneous half space, provided that the external bounding surfaces of the domain are far away enough from the sources. For models with finite extension, e.g. material samples, the external Dirichlet's boundary condition can be imposed on a single node which serves as the potential reference. This approach is generally valid if only potential differences are considered and if the imposed potential node is not too close to the measurement array (Marescot, 2004).

Discretized form of the weak formulation

The finite element method solves a discretized form of the weak formulation given by Eq. (12). The discretization step is achieved considering an approximation of the geometry and the potential field V in the sub-domain Ω, which is described as a collection of elements Ω_e, namely, $\Omega \approx \bigcup_e \Omega_e$. Each element Ω_e is defined by its vertex nodes and is the mapping of a parent element on which a local coordinate system is defined. The relation between the global coordinates (x,y,z) of a point M belonging to element e and its local coordinates (ξ_0,η_0,ζ_0) is given by :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{n_e} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} \cdot N_i(\xi_0,\eta_0,\zeta_0) \tag{13}$$

with n_e the number of nodes in the element, and (x_i,y_i,z_i) the global coordinates of node i. The functions N_i are polynomial shape functions related to node i. Their value is 1 at node i and 0 at any other node. Similarly, the potential field V is approximated at M by:

$$V = \sum_{i=1}^{n_e} a_i \; P_i(\xi_0,\eta_0,\zeta_0) \tag{14}$$

with a_i the value of the potential field V at node i. P_i are polynomial shape functions which can be different from N_i, and particularly be of different order. In the context of CESAR-LCPC, an isoparametric mapping is used. This implies $P_i=N_i$ for all nodes. The admissible variation δV is approximated similarly to V on element Ω_e.

The integrals in Eq. (12) are evaluated on each Ω_e using the approximations of the geometry and the field given by Eq. (13) and Eq. (14). The discretized form of the weak formulation thus writes :

$$\boldsymbol{\delta}\mathbf{a} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{a} = \boldsymbol{\delta}\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \tag{15}$$

a and **δa** are vectors containing the values of the potential field and its variation at the nodes of the elements. **K** is a stiffness matrix resulting from the assembly of elemental matrices $\mathbf{K_e}$. These latter matrices are obtained during the discretization process as a result of the evaluation of the elemental integrals. Eq. (15) takes Dirichlet's boundary conditions into account.

b is the force vector corresponding to the solicitations, i.e. the right-hand side in Eq. (12). The present work considers point sources that are not necessarily located on a node of the mesh. Indeed, each source s is located at r_S, in an element Ω_{es}. The amplitude I_S is thus distributed on all the nodes of the element using the finite element approximation for the potential field V. Using Eq. (14) with (ξ_0,η_0,ζ_0) the local coordinates of r_S in element Ω_{es}, the term in Eq. (12) related to source s is expressed as :

$$\boldsymbol{\delta}\mathbf{a}_{\mathbf{es}} \cdot \mathbf{b}_{\mathbf{S}} = \boldsymbol{\delta}\mathbf{a}_{\mathbf{es}} \cdot \begin{Bmatrix} N_1(\xi_0,\eta_0,\zeta_0) \\ \vdots \\ N_{n_{es}}(\xi_0,\eta_0,\zeta_0) \end{Bmatrix} \tag{16}$$

$\mathbf{b}_S$ has the form of an elemental force vector. The assembly of all $\mathbf{b}_S$ terms on Ω yields **b**.

Eq. (15) must be satisfied for all $\delta\mathbf{a}$. This results in the following linear system to be solved:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{b} \tag{17}$$

The stiffness matrix **K** is large, sparse, banded and symmetric. Solving the linear system (Eq. (17)) gives the values of the potential at all nodes and allow for the computation of the potential field value at any point in Ω using Eq. (14).

A synthetic example

In this section, some results are shown for the 3D forward modelling of a sequence of electrical measurements. In this model, the investigated three-dimensional structure represents a column in which an altered zone is simulated. The mesh used to model the column is composed of pentahedral elements. A slice perpendicular to the axis of the column is shown Figure 1. It must be emphasized that neither current nor potential electrodes coincide with nodes. Irregular electrode locations were simulated around the column to represent a real acquisition situation. Figure 2 shows the FE mesh used for the simulation where A and B are the current electrodes and M and N the potential electrodes. A pseudo-pole-pole acquisition is simulated where the A-M electrode pair is moved around the column and the B-N electrode pair is fixed at a distance. The subsurface is more resistive (1000 Ωm) than the altered zone (100 Ωm). The total mesh consists in 6722 nodes and 8722 elements. Zero-value potentials were imposed at the vertical and bottom bounding planes of the domain. Figure 2 shows the apparent resistivities computed for some slices in the column. On the tomograms, the data points are plotted at the middle of the AM segment. A decrease in the apparent resistivity can be observed on the 25m and 27m slices.

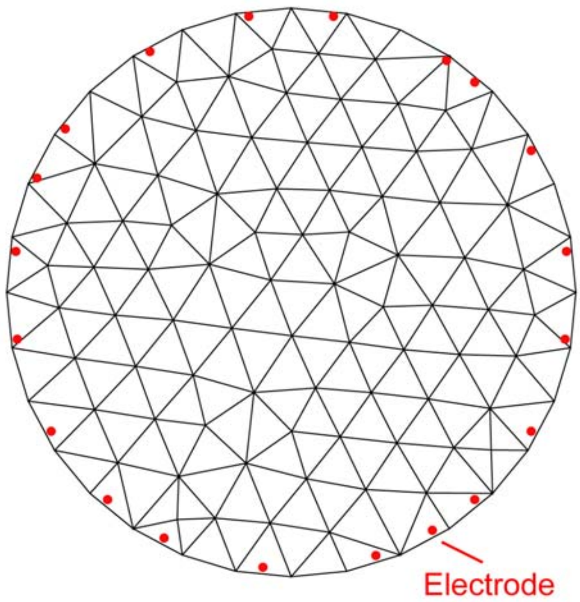


Figure 1.: A slice through the column model where the elements can be observed. In red, the electrodes used for the simulation. Note that these electrodes do not coincide with the nodes of the mesh.

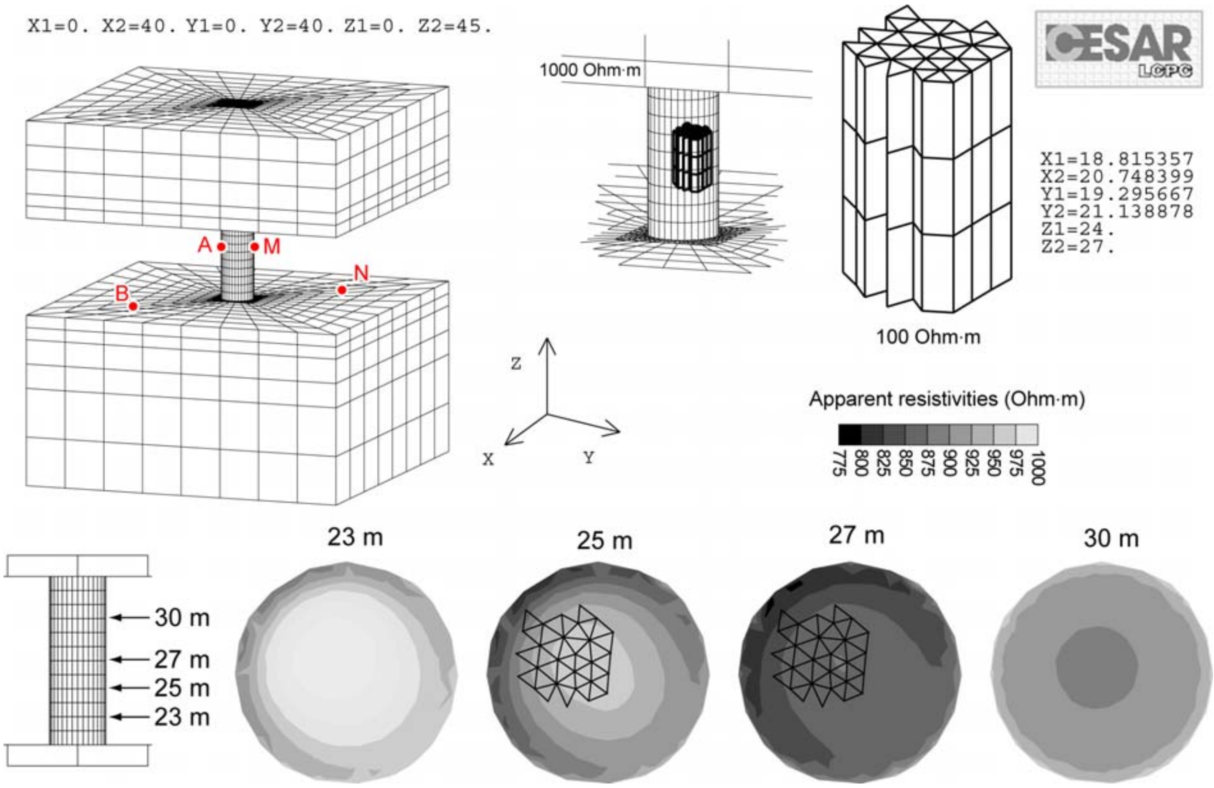


Figure 2.: The model of an underground quarry with the column (upper left part of the figure). An altered zone anomaly is created inside the column (upper right part of the figure). The tomograms of the apparent resistivities calculated on the column are presented on the lower part of the figure.

Annexe 2 : Exemple de résolution d'un problème inverse non-linéaire

Position du problème inverse

L'opération inverse du problème direct est résolue pour remonter aux caractéristiques inconnues du terrain à partir de la réponse mesurée. Il s'agit, à partir des données mesurées sur le terrain (résistivités apparentes regroupées dans un vecteur **d** de dimension *N*), de retrouver les paramètres du modèle de terrain (résistivités vraies regroupées dans un vecteur **m** de dimension *M*), décrivant le sous-sol de manière plausible et expliquant bien les données mesurées. Connaissant un modèle de terrain particulier, les composantes d'un vecteur **g(m)** de dimension *N*, appelées données calculées, peuvent être évaluées en utilisant la formulation du problème direct. L'opération d'inversion s'effectue en général par une minimisation de la somme des écarts (au carré dans le cas d'une minimisation par moindres carrés) entre les observations mesurées et calculées. Comme l'a démontré Al-Chalabi (1992), il est indispensable que les erreurs (incertitudes expérimentales) sur les données mesurées suivent des distributions gaussiennes lorsque l'on applique une minimisation par moindres carrés (norme L_2). Cette propriété sera supposée dans notre cas.

La solution du problème inverse dépend fortement du rapport entre le nombre de données mesurées et le nombre de paramètres du modèle (conditionnement du problème). Le problème peut être parfaitement déterminé. Dans ce cas, il y a exactement le même nombre de données sans incertitude expérimentale que de paramètres du modèle. La solution obtenue est alors unique avec un vecteur d'écart entre données mesurées et calculées nul. Cette situation n'arrive jamais en science expérimentale car les données mesurées sont toujours entachées d'incertitudes. Un problème peut aussi être sur-déterminé s'il y a plus de données (résistivités apparentes entachées d'erreurs expérimentales) que de paramètres du modèle. Dans ce cas, une minimisation de la norme L_2 du vecteur d'écart entre données mesurées et calculées permet d'obtenir une solution au sens des moindres carrés avec un vecteur d'écart entre données mesurées et calculées non-nul. Par contre, dans le cas d'un problème purement sous-déterminé, il n'y a pas assez de données pour déterminer de manière univoque les paramètres du modèle. Il y a donc dans ce cas plusieurs solutions possibles avec un vecteur d'écart entre données mesurées et calculées invariablement nul. Ce type de problème est résolu en introduisant d'une part des informations a priori afin de sélectionner la solution la plus probable ou du moins limiter le nombre de solutions possibles (le problème de la qualité de l'information a priori se pose alors) et en supposant d'autre part que la solution du problème inverse est « simple ». On obtient généralement une solution mathématiquement « simple » en minimisant la norme L_2 des paramètres du modèle.

Toutefois, en science expérimentale, le problème du conditionnement est plus subtil. La plupart des problèmes inverses ne sont en effet pas complètement sous-déterminés ou sur-déterminés. En effet, le géophysicien doit souvent travailler avec des données en nombre suffisant mais entachées d'erreurs expérimentales, redondantes (certains dispositifs donnent plus ou moins la même profondeur d'investigation) et dont l'échantillonnage n'est pas adéquat. Le système d'équations, qui lie données et paramètres du modèle, est donc inconsistant. On parle alors de problèmes mixtes et dans ce cas, le vecteur d'écart entre données mesurées et calculées n'est pas nul. Idéalement, il serait nécessaire de séparer les paramètres du modèle en deux groupes : ceux qui sont sous-déterminés et ceux qui sont sur-déterminés. Cette opération peut par exemple être effectuée par une méthode de décomposition des valeurs propres (SVD pour « singular-value decomposition »). Comme cette méthode est relativement très lente lorsqu'il y a beaucoup de données, on lui préfère généralement une alternative par moindres carrés amortis pour les problèmes mixtes faiblement sous-déterminés.

La complexité du problème inverse électrique vient également de sa non-linéarité (i.e. les relations qui relient paramètres du modèle et données calculées ne sont pas linéaires). Une approche possible consiste à rendre linéaire ce problème en effectuant un développement limité du premier ordre autour d'une solution approchée puis en résolvant le problème inverse de manière itérative selon une minimisation par moindres carrés (norme L_2).

Solution du problème inverse

La méthode décrite ci-dessous est une adaptation de la méthode de Marquardt-Levenberg qui consiste à déterminer une solution qui minimise simultanément la norme L_2 du vecteur d'écart entre données mesurées et calculées et la norme L_2 de la solution (résistivité du modèle). Par cette dernière opération, on cherche alors le modèle le plus simple au sens mathématique (norme la plus faible pour le vecteur représentant le modèle).

On rend le problème électrique linéaire en effectuant un développement selon une série de Taylor autour d'une solution estimée $\mathbf{m}^{\mathbf{est}}$ (modèle de départ).

$$\mathbf{g}(\mathbf{m}) \cong \mathbf{g}(\mathbf{m}^{\mathbf{est}}) + \nabla\mathbf{g}\,(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\mathbf{est}}) = \mathbf{g}(\mathbf{m}^{\mathbf{est}}) + \mathbf{G}\,(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\mathbf{est}}) \tag{3}$$

Cette équation peut encore s'écrire

$$\mathbf{G}\,\mathbf{\Delta m} = \mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m}^{\mathbf{est}}) \tag{4}$$

ou

$$\mathbf{\Delta d} = \mathbf{G}\,\mathbf{\Delta m} \tag{5}$$

Dans l'équation 5, on notera $\mathbf{\Delta m}$=$\mathbf{m}$-$\mathbf{m}^{\mathbf{est}}$ et $\mathbf{\Delta d}$=$\mathbf{d}$-$\mathbf{g}(\mathbf{m}^{\mathbf{est}})$. On notera de plus que $\mathbf{d}$=$\mathbf{g}(\mathbf{m})$.

Les éléments de la matrice **G** valent :

$$G_{ij} = \frac{\partial g(m)_i}{\partial m_j} \tag{6}$$

G est une matrice qui joue donc le même rôle que l'opérateur **A** dans une relation linéaire de type **d**=**Am**. La matrice **G** est la matrice de sensibilité (ou matrice des dérivées partielles ou matrice des dérivées de Fréchet ou encore le jacobien). Elle n'est pas carrée car de taille NxM (ce qui implique qu'on ne peut pas inverser simplement la relation (5) pour en déduire $\mathbf{\Delta m}$ pour un $\mathbf{\Delta d}$ donné). Les coefficients de cette matrice représentent la sensibilité de la mesure en un point à une variation des paramètres du modèle. En méthode géophysique par courant continu, une évaluation numérique des dérivées partielles peut être nécessaire.

Nous allons tout d'abord utiliser la norme L_2 afin d'évaluer l'écart entre les valeurs de résistivités apparentes calculées et les résistivités apparentes mesurées. Il peut être intéressant de pondérer le vecteur d'écart entre données mesurées et calculées en fonction de la précision des données mesurées. De cette manière, une donnée plus précise qu'une autre peut avoir un plus grand poids dans le calcul de l'erreur globale. Cette pondération est effectuée par le biais d'un matrice NxN diagonale $\mathbf{W_d}$ qui définit la contribution relative de chaque individu à l'erreur globale.

$$\mathrm{diag}(\mathbf{W_d}) = [a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{ii}, \ldots, a_{NN}]^{\mathrm{T}} \text{ avec } i=1,\ldots,N \tag{7}$$

Plus a_{ii} est grand, plus la mesure est fiable. Cette information agit tout particulièrement sur la partie sous-déterminée du problème. L'expression de la norme L_2 du vecteur d'écart entre données mesurées et calculées s'exprime alors, sous forme matricielle :

$$S_D = \mathbf{\Delta d}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{W_d}\ \mathbf{\Delta d} \tag{8}$$

Il est également possible de pondérer la minimisation de la norme du modèle. Pour cela, une matrice MxM diagonale $\mathbf{W_m}$ peut être incluse dans la minimisation. Cette matrice diagonale tient compte du degré d'information a priori que nous possédons sur certains paramètres du modèle initial. Il se peut par exemple que nous connaissions la résistivité ou la profondeur du substratum avec une relative précision (par le biais de mesures sur affleurement ou en forage). Dans ce cas, un plus fort poids sera donné à ces paramètres à l'aide de la matrice de pondération. Les paramètres du modèle pourront évoluer avec plus ou moins de liberté durant l'inversion suivant le poids qui leur sera attribué.

$$\mathrm{diag}(\mathbf{W_m}) = [b_{11}, b_{22}, ..., b_{ii}, \ldots, b_{MM}]^{\mathrm{T}} \text{ avec } i=1,\ldots,M \tag{9}$$

L'expression utilisée lors de la minimisation de la norme L_2 sur la solution devient alors, sous forme matricielle :

$$S_M = \mathbf{m}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{W_m}\ \mathbf{m} \tag{10}$$

La formulation du problème inverse par moindres carrés peut alors être trouvée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. On minimise alors S_D sous la contrainte que S_M est minimum. Cela revient à minimiser la fonction de coût S :

$$S = S_D + \lambda\, S_M = \mathbf{\Delta d}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{W_d}\ \mathbf{\Delta d} + \lambda\ \mathbf{m}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{W_m}\ \mathbf{m} \tag{11}$$

avec λ un multiple de Lagrange.

Pour résoudre le problème inverse, nous allons minimiser l'expression S en cherchant le zéro de son gradient. L'équation que nous obtenons après minimisation est une forme modifiée de l'équation de Gauss-Newton :

$$\mathbf{\Delta m} = \left[\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{W_d}\ \mathbf{G} + \lambda\ \mathbf{W_m}\right]^{-1} \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{W_d}\ \mathbf{\Delta d} \tag{12}$$

avec $\mathbf{\Delta m}$ le vecteur de modification à appliquer au modèle. Le facteur λ est également appelé facteur d'amortissement car il limite la longueur de $\mathbf{\Delta m}$ et amortit ainsi la modification apportée au modèle.

Du point de vue de la théorie du problème inverse, le facteur d'amortissement λ détermine l'importance relative donnée au vecteur sur les paramètres du modèle par rapport à la distance entre les données calculées et mesurées. Ce facteur applique une contrainte sur les valeurs du vecteur de modification des paramètres du modèle $\mathbf{\Delta m}$. Il est alors possible de trouver un compromis entre la partie sur-déterminée et la partie sous-déterminée du problème considéré en faisant varier la valeur de λ. Le facteur λ peut être également utilisé pour trouver un compromis entre résolution et précision du résultat. Si λ est trop fort, le résultat perd rapidement en résolution. La précision du résultat a par contre tendance à s'améliorer.

D'un point de vue plus mathématique, le facteur λ est un moyen d'ajouter une valeur scalaire aux valeurs propres de la matrice $\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{W_d}\mathbf{G}$, évitant ainsi que cette dernière, dans le cas où le conditionnement est médiocre, devienne singulière au cours du processus itératif. Cela peut par exemple se passer lorsque le modèle de départ est trop éloigné de la solution. Le fait d'augmenter la taille des faibles valeurs propres de $\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{W_d}\mathbf{G}$ diminue la longueur du vecteur de modification $\mathbf{\Delta m}$ à appliquer au modèle, ce qui a pour conséquence de donner des solutions plus proches de la réalité. De plus, si ce vecteur de modification est trop grand, de par l'effet des valeurs propres faibles, l'approximation linéaire perd en précision. Si le modèle de départ est médiocre et que l'on inverse avec de faibles valeurs propres, le processus aura tendance à imager de petits détails et à diverger de la solution. Ces faibles valeurs propres ne doivent être tolérées qu'à proximité de la solution.

Convergence et unicité

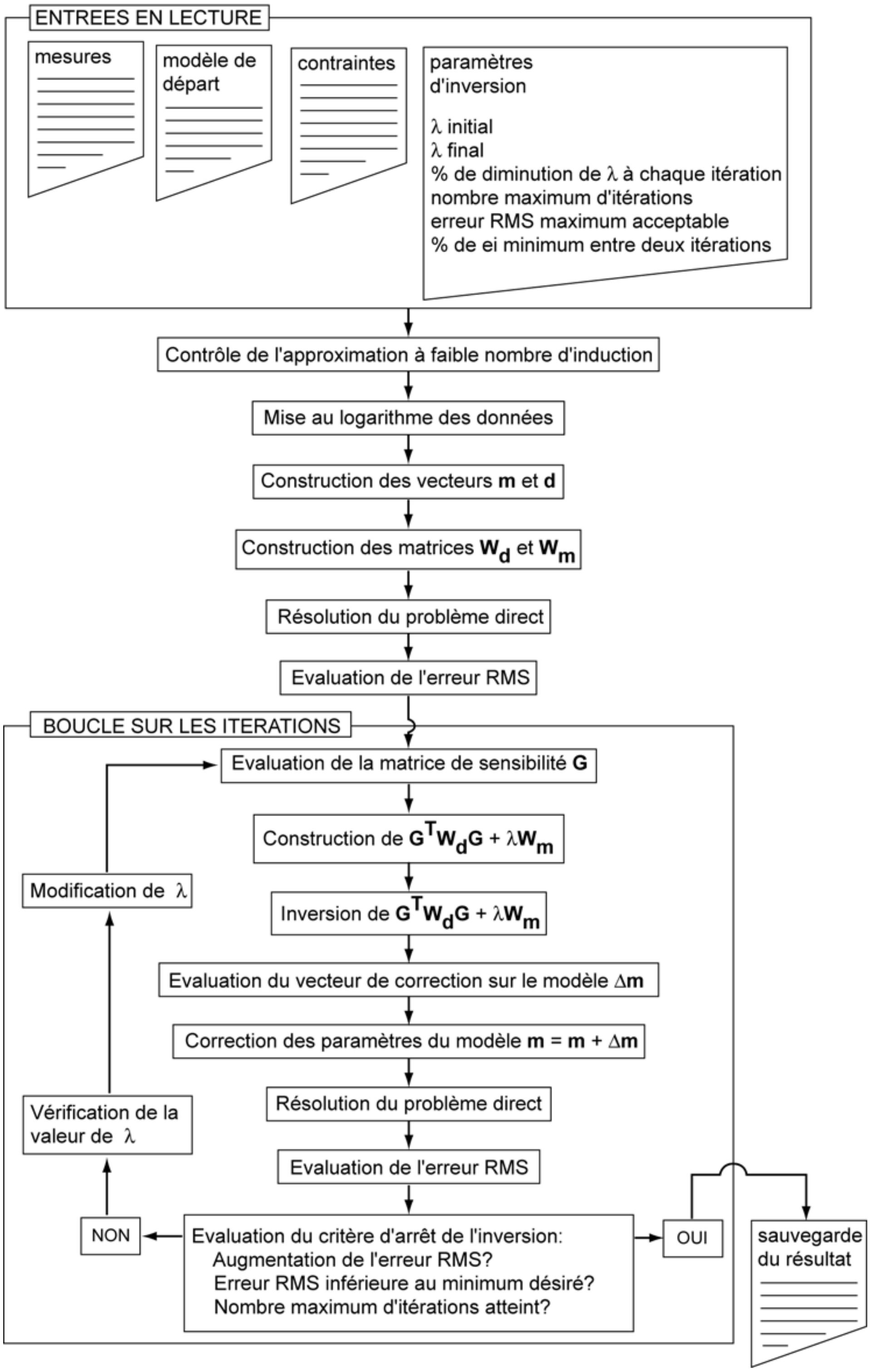
Il n'y a pas de moyen simple permettant de savoir, en l'absence d'informations a priori, si un problème inverse non-linéaire possède une solution unique par la méthode des moindres carrés. Afin d'évaluer la non-unicité d'un problème inverse non-linéaire, il est nécessaire de s'intéresser à la topologie de la surface d'écart entre les données calculées et mesurées dans l'espace des paramètres du modèle. Cette surface peut présenter plusieurs extrema (« sommets », « cuvettes ») secondaires, être creuse ou presque plate. Pour un grand nombre de paramètres, ce type d'investigation graphique est toutefois impossible. Même si un problème inverse non-linéaire est connu pour présenter une solution unique, rien ne nous garantit que la technique itérative appliquée converge vers cette solution. Un minimum local est toujours possible, qui empêche le processus de converger vers le vrai minimum. Les méthodes itératives ne peuvent trouver que des solutions qui sont linéairement proches de l'estimation initiale des paramètres du modèle. Un choix soigneux du modèle initial est donc de rigueur. La non-unicité d'un problème peut également provenir des incertitudes sur les données, qui se propagent numériquement vers les paramètres du modèle, ou encore du formalisme mathématique qui ne décrit pas exactement la réalité physique du phénomène. Il peut donc y avoir plusieurs modèles de terrains différents qui peuvent expliquer (presque) aussi bien les conductivités apparentes mesurées. Le seul critère d'ajustement ne permettra donc pas toujours de décider quel modèle est le plus représentatif du terrain.

Une des manières de déterminer l'unicité d'un problème inverse serait de résoudre ce problème pour un grand choix d'estimations initiales. Mais comme le nombre d'expérimentations ne peut être infini, rien ne nous garantit que la totalité de la topologie de la surface d'écart entre les données calculées et mesurées a été appréhendée. De plus, il n'est souvent pas nécessaire de connaître toutes les solutions possibles mais uniquement celles qui semblent plausibles. Pour parvenir à interpréter de manière univoque les mesures de terrain, des informations a priori seront donc souvent nécessaires. Dans notre cas, la pertinence géologique ou les mesures sur affleurements peuvent être d'une grande aide lors du choix des contraintes.

Le choix de la valeur de λ a une influence sur la rapidité de la convergence. Si λ est très grand, la méthode de Marquardt-Levenberg est proche de la méthode du gradient (« steepest descent ») qui présente une convergence stable mais lente vers un minimum (si λ est infini, il n'y a plus de correction apportée au modèle). Si λ est proche de zéro, l'algorithme obtenu est celui de Newton-Raphson qui converge (si **G** est bien conditionnée) rapidement à proximité d'un minimum mais peut diverger à plus grande distance. C'est pourquoi, pour un problème non-linéaire, on combine ces deux approches et le processus est amorcé avec une forte valeur de λ que l'on diminue à chaque itération, à mesure que l'on s'approche de la solution.

Algorithme et recette numérique

L'algorithme du processus d'inversion est schématisé dans la figure ci dessous. Un modèle de départ est tout d'abord proposé par l'utilisateur ainsi que différents paramètres et contraintes. Les matrices et vecteurs sont ensuite construits puis le processus d'inversion itératif commence. A chaque itération, la matrice de sensibilité est recalculée puis on évalue le vecteur de correction sur les paramètres du modèle. Une erreur moyenne RMS (pour « Root Mean Squared ») entre les données mesurées et calculée est également évaluée et le facteur d'amortissement est diminué. Le processus d'inversion se termine lorsqu'un des critères d'arrêt est rempli (l'erreur RMS augmente ou ne diminue plus de manière significative par exemple) et dans ce cas la convergence est atteinte. Les points cruciaux de cet algorithme sont précisés ci-dessous.



Mise à l'échelle des variables

Relevons tout d'abord que les variables considérées dans cet algorithme sont les logarithmes des résistivité. L'utilisation des logarithmes permet de considérer des variations significatives de la résistivité et de tenir compte de la grande variabilité de ce paramètre dans la nature. En considérant des résistivités directement, on introduirait un déséquilibre entre les faibles et fortes valeurs de ce paramètre.

Inversion de la matrice

Lorsque le problème inverse ne nécessite pas d'opérations avec des matrices de grandes tailles, il n'y a pas de problème numérique et informatique (stockage des données en mémoire, temps de calcul prohibitif) qui serait hors de portée d'un micro-ordinateur moderne. L'inversion de la matrice $[\mathbf{G}^T\mathbf{W_d}\mathbf{G}+\lambda\mathbf{W_m}]$ (équation 12), que nous identifierons dorénavant par **A,** peut donc être effectuée de manière traditionnelle. L'inverse d'une matrice carrée **A** de dimension *M*x*M* peut être obtenu en posant que l'expression $\mathbf{AA}^{-1}=\mathbf{I}$, où **I** est la matrice identité *M*x*M*, doit être satisfaite. Cette expression peut être interprétée comme l'ensemble de *M* équations de la forme $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$, avec **x** une colonne de $\mathbf{A}^{-1}$ et **b** la colonne correspondante de **I**. Pour trouver $\mathbf{A}^{-1}$, il suffit alors de résoudre *M* équations d'un système linéaire en utilisant une des méthodes numériques disponibles.

La matrice **A** étant de composition variable, une factorisation de Gauss à pivot partiel rendant la matrice triangulaire supérieure a été choisie pour le calcul du problème inverse. D'autres types de factorisations peuvent s'avérer plus efficaces si la structure de la matrice **A** est particulière (factorisation de Cholesky si **A** est symétrique définie positive par exemple). La méthode de Gauss consiste à soustraire les lignes de **A** entre elles dans le but de convertir en zéros la partie de chaque colonne sous la diagonale principale. La colonne de gauche est partiellement mise à zéro en soustrayant A_{21}/A_{11} fois la première ligne de la seconde ligne, A_{32}/A_{11} fois la première ligne de la troisième et ainsi de suite. La seconde colonne est traitée de la même manière en soustrayant A_{32}/A_{22} fois la seconde ligne de la troisième, A_{42}/A_{22} fois la seconde ligne de la quatrième et ainsi de suite. Le vecteur **b** doit également être modifié durant cette opération. Si un des éléments de la diagonale est nul (ou proche de zéro), une division par zéro survient. Une solution possible consiste à rechercher le plus grand élément dans la même ligne que l'élément diagonal considéré (appelé pivot) et à le transférer à la place de cet élément diagonal en effectuant une permutation des colonnes.

Relevons que cette factorisation n'a besoin d'être effectuée qu'une seule fois par itération du processus d'inversion. Une attention spéciale a été portée à la programmation de l'opération de factorisation afin d'optimiser le temps de calcul nécessaire et la mémoire requise. Premièrement, les colonnes de **A** ne sont pas réordonnées durant l'opération, mais leurs positions dans le triangle sont enregistrées dans un vecteur de travail. Deuxièmement, l'emplacement des éléments de **A** qui ont été annulés par l'opération peuvent servire à stocker les multiplicateurs (il est inutile de stocker des variables nulles). Dans notre cas, cette méthode s'avère être stable car il est généralement possible de trouver un pivot non nul, de par l'effet du facteur d'amortissement, dans les limites de la précision mathématique de l'ordinateur.

Une fois le système linéaire $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ rendu triangulaire supérieur sous la forme d'un système $\mathbf{A'x}=\mathbf{b'}$, il est ensuite résolu en utilisant une procédure de substitution rétrograde. On commence par la dernière ligne en posant que $x_M=b'_M/A'_{MM}$ puis on remonte dans les lignes en posant :

$$x_i = \frac{1}{A'_{ii}}\left(b'_i - \sum_{j=i+1}^{M} A'_{ij}\, x_j\right) \tag{13}$$

Choix du facteur d'amortissement

Le facteur d'amortissement peut être utilisé soit de manière statique, dans ce cas il est choisi avant inversion et ne varie plus durant le processus itératif, soit de manière dynamique. Nous préférons ici une utilisation dynamique. A partir d'une série de tests synthétiques, nous avons déterminé des valeurs satisfaisantes pour le facteur λ. La première itération est effectuée avec λ=0.50, puis le facteur est diminué de moitié jusqu'à une valeur minimale de 0.02. La forte valeur de λ au début du processus d'inversion donne alors une grande influence à la matrice de pondération $\mathbf{W_m}$, à un moment où le besoin d'information a priori est capital. Cette influence est ensuite diminuée au cours de l'inversion, à mesure que le processus converge vers la solution.

Critère d'erreur

Un critère de convergence est nécessaire afin de pouvoir vérifier si le modèle obtenu explique bien les données mesurées et, le cas échéant, pouvoir mettre fin au processus d'inversion. Une erreur moyenne RMS peut être utilisée. Cette erreur RMS est de l'ordre de grandeur du bruit de mesure affectant les données. En suivant Sasaki (1992), on peut donner la définition suivante de l'erreur RMS :

$$e_{RMS} = \frac{\sqrt{\mathbf{\Delta d}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{\Delta d}}}{N} \tag{14}$$

Nous pouvons de plus nous baser sur le taux de variation e^n de l'erreur RMS entre deux itérations pour mettre fin au processus d'inversion.

$$e^n = \frac{\left(e_{RMS}^n - e_{RMS}^{n+1}\right)}{e_{RMS}^n} \tag{15}$$

Un faible taux de variation signifie que le processus est parvenu à une situation numériquement stable et n'en sort plus, qu'il s'agisse d'une solution acceptable ou non